

# जिंदगी का हिसाब!



अनीता रामपाल, आर.रामानुजम, एल.एस.सरस्वती

राष्ट्रीय साक्षरता संसाधन केन्द्र  
लाल बहादुर शास्त्री राष्ट्रीय प्रशासन अकादमी, मसूरी

# जिंदगी का हिसाब !

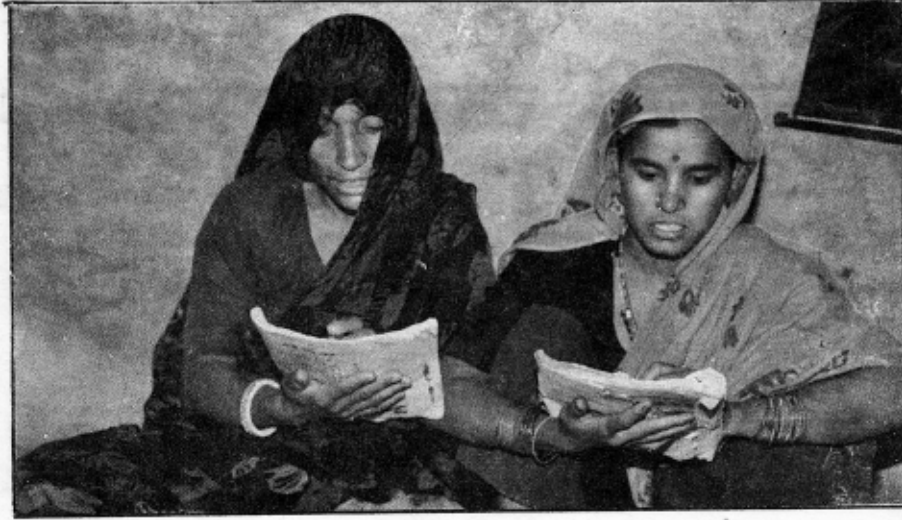
लोक-गणित और प्रौढ़ शिक्षा के एक अध्ययन पर आधारित  
अंग्रेज़ी में लिखी पुस्तक "न्यूमरेसी काउंट्स !"  
का रूपांतरण

अनीता रामपाल, आर. रामानुजम, एल. एस. सरस्वती

+

राजा मोहन्ती

राष्ट्रीय साक्षरता संसाधन केन्द्र  
लाल बहादुर शास्त्री राष्ट्रीय प्रज्ञासन अकादमी  
मसूरी - 248 179



अंग्रेज़ी संस्करण	:	जनवरी, 1998
हिंदी संस्करण	:	अप्रैल, 2000
लेखक	:	डॉ. अनीता रामपाल, डॉ. आर. रामानुजम, डॉ. एल.एस. सरस्वती
आवरण और सज्जा	:	राजा मोहन्ती
चित्रकार	:	राजा मोहन्ती, एम. बशीर
हिन्दी रूपांतरण	:	डा. अनीता रामपाल, डा. तुमन सिंह, दिनेश चंद्र तिवारी
प्रकाशन-सहयोग	:	विजय कुमार, गुरमिंदर सिंह, दर्शनी रावत
प्रकाशक	:	राष्ट्रीय साक्षरता संसाधन केन्द्र, ल.ब.श. राष्ट्रीय प्रशासन अकादमी, मसूरी
मुद्रक	:	समय-साक्ष्य, देहरादून

यह अध्ययन इस उद्देश्य से भी किया गया था कि साक्षरता कर्मियों और स्रोत व्यक्तियों के प्रशिक्षण में इसका उपयोग हो। इस पुस्तक में हमने आभार सहित कई स्रोतों से सामग्री ली है। उसी तरह, इस पुस्तिका के अंशों का उपयोग उपयुक्त आभार सहित ऐसे कार्यों के लिए किया जा सकता है जो व्यापारिक न हों।

## विषय सूची

### भाग I

- अध्याय 1 भूमिका ....5  
अध्याय 2 साक्षरता अभियानों में गणित शिक्षा की समीक्षा ....14  
अध्याय 3 गणित के मौखिक और लिखित तरीके ....23  
अध्याय 4 स्थानीय ज्ञान और लोक गणित ....32  
अध्याय 5 अंकों का अर्थ ....48  
अध्याय 6 नाप-तौल ....59  
अध्याय 7 बुनियादी अंकगणित तथा दैनिक जीवन में इसका उपयोग ....71  
अध्याय 8 पंचायत की एक गतिविधि – गणित मेला ....89

### भाग II

- खंड 1 अंकों का इतिहास ....101  
खंड 2 तमिलनाडु की मौखिक पहेलियाँ ....106  
खंड 3 बड़ी संख्याओं का अहसास ....111  
खंड 4 अंक बनाम तारीख ....121  
खंड 5 अंकों की पहेलियाँ ....123  
खंड 6 अंकों के पैटर्न ....132  
खंड 7 अंकों की कहानियाँ ....135  
खंड 8 अंकगणित के साथ मस्ती ....137  
खंड 9 अलग-अलग चीजों को फटाफट गिनना ....145  
खंड 10 शून्य की कहानी ....147

### भाग III

- खंड 1 मसूरी कार्यशाला की भूमिका ....153  
खंड 2 गणित की कुछ पहेलियाँ ....154  
खंड 3 अंकों वाले मुहावरे ....159  
खंड 4 अनुमान लगाना ....162  
खंड 5 रसोई गणित ....167  
खंड 6 नाप-तौल और दूरी के अभ्यास ....173  
खंड 7 नक्शे के अभ्यास ....175  
खंड 8 कब, कितना लें – गणित की आड़ में निर्णय लेना ....180  
खंड 9 उत्तर-साक्षरता प्राइमर के नमूने ....184  
खंड 10 एक मेला – बड़ा अलबेला ....192

## सवालों को हल करने का एक और तरीका !

लाल रानी ने फबती कसी, "मैं यह कह सकती हूँ कि तुमने अभी शिष्टता के पाठ नहीं पढ़े हैं।"

"तहजीब पाठों में नहीं पढ़ाई जाती," ऐलिस ने कहा, "पाठ तो सवाल हल करना सिखाते हैं, और इस तरह की अन्य बातें।" "क्या तुम्हें जोड़ना आता है?" सफ़ेद रानी ने पूछा। "एक और एक और एक और एक और एक और एक और एक और एक और एक और एक कितना होता है?"

"मुझे नहीं आता," ऐलिस ने कहा। "मैं हिसाब नहीं रख पाई।" "वह जोड़ नहीं कर सकती," लाल रानी ने टोका।

"क्या तुम्हें घटाना आता है? आठ में से नौ निकालो।"

"आठ में से नौ ... मुझे नहीं आता," ऐलिस ने झट जवाब दिया। "लेकिन ..."

"एक और घटाने का सवाल करो। कुत्ते से हड्डी लो, क्या बचा?"

ऐलिस ने विचार किया। "हाँ, हड्डी यदि मैं ले लूँ, तो वह तो नहीं रहेगी – और कुत्ता भी (आपे में) नहीं रहेगा, वह काटने के लिए मुझ पर झपटेगा ... और संदेह नहीं कि मैं भी नहीं बचूंगी। शायद यही उत्तर है।"

"यह भी गलत," लाल रानी ने कहा। "कुत्ते का गुस्सा बाकी रहेगा।"

"लेकिन यह कैसे ..."

"क्यों, यह देखो।" लाल रानी चिल्लाई। "कुत्ते का गुस्सा तो उभर आएगा, है न ..."

"शायद आएगा," ऐलिस ने संभल कर जवाब दिया।

"और फिर कुत्ता अगर चला गया, उसका गुस्सा तो बाकी रह जाएगा।" रानी ने उछल कर कहा।

"उसे ज़रा भी सवाल नहीं आते !" दोनों रानियाँ अकड़कर बोलीं।



(लुइस कैरल की प्रसिद्ध रचना 'थ्रू द लुकिंग ग्लास' का हिंदी अनुवाद)

## अध्याय 1 भूमिका



(स्कूल जाने वाली सुनीता और उसकी असाक्षर माँ द्रौपदी एक ही मौखिक सवाल का जवाब अलग-अलग ढंग से देती हैं।)

सुनीता पाँचवीं कक्षा की छोटी बच्ची है। वह गणित के सवाल सही ढंग से हल नहीं कर पाती, इस वजह से उसकी अध्यापिका उसे पीटती है और वह (सुनीता) स्कूल जाने से ना नुकर करती है। उसे कहा गया है कि उसके पास "दिमाग नहीं है" और बेहतर यही है कि वह अपनी माँ के साथ काम-धंधा करे। उसकी माँ द्रौपदी अपनी रोजी-रोटी कमाने के लिए झाड़ू-पौँछा करती है, कपड़े और भाँडे-बर्तन धोती है, दिन भर एक घर से दूसरे घर के चक्कर काटती है। अपनी बिटिया को पढ़ाने-लिखाने की उसकी दिली तमन्ना है, ताकि उसे भी उन्हीं स्थितियों का सामना न करना पड़े। सुनीता से बात करने पर हम यह पाते हैं कि स्कूल में वह गणित के सवाल हल नहीं कर पाती है। "भाग" के सवालों को समझने में उसे दिक्कत होती है। "लेकिन तुम्हें भाग देना तो आता है न ? मान लीजिए, तुम्हारी माँ रु० 180/- तीन बच्चों में बराबर-बराबर बाँटना चाहती है, तो वह तुम्हें कितने रुपए देगी?" हम सोचते हैं कि वह तुरंत जवाब दे देगी। सुनीता उलझन में पड़ जाती है और जमीन की तरफ घूरती रहती है। उसकी माँ ने न तो स्कूल देखा और न पढ़ी लिखी है; लेकिन उसने हँसते हुए तुरंत जवाब दे दिया। आगे सुनीता से पूछताछ करने पर यह स्पष्ट हो जाता है कि स्कूल में उसे गणित की जो क्रियाएँ बताई

गुणा भारी कष्ट है,  
भाग से जीवन भ्रष्ट है,  
"जबकि" का नियम  
मुझे करे परेशान,  
अभ्यास से हो जाऊँ  
मैं पागल और हैरान।

(डेविड वेल्स की पुस्तक "द पेंग्विन बुक ऑफ दयूरियस एण्ड इन्टरेस्टिंग मैथमैटिक्स" से रूपांतरित)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \overline{)180} \\ \underline{3} \phantom{0} \\ 6 \phantom{0} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 510 \\ 3 \overline{)180} \\ \underline{15} \phantom{0} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{)180} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

?

$$\begin{array}{r}
 180 + 180 + 180 \\
 \begin{array}{c} \leftarrow 20 \quad 20 \leftarrow \\ \hline 200 \quad 200 \quad 140 \\ \hline 540 \end{array}
 \end{array}$$

इस तरह द्रौपदी मन में हल करती है : 180 गुणा 3

यह ठीक ही कहा गया है कि शिक्षा का परम लक्ष्य गणित के परम लक्ष्य से मेल खाता है। यानि, केवल कुछ सवालों के जवाब नहीं प्राप्त करना, परन्तु हल करने के अनन्त तरीकों को विकसित करना।

जोर्ज एलीइट

(“सेलेक्टिड ऐंसेज, पोएम्स एण्ड  
अँदर राइटिंग्स”, पेंग्विन 1990)

गयी थीं, वे कतई उसकी समझ में नहीं पड़ी। जिस तरह से उसकी माँ अपने जीवंत अनुभवों से सीखकर मौखिक रूप से सहज ही सवालों को हल कर लेती है, वह उसके वश की बात नहीं है। उदाहरण के लिए, प्रश्न को जब मौखिक रूप से कहा जाता है, तो सुनीता घबरा-सी जाती है और इसी उलझन में फंसी रहती है कि 180 और 3 के अंकों के बीच गणित की कौन-सी क्रियाएँ की जाएं। वह तय नहीं कर पाती कि “X” करे या “+” करे, या इसके अलावा कुछ और ? उसे जब यह भी बता दिया जाता है कि तुम्हें 180 में 3 से भाग देना है, तो वह स्कूल में बताई गई भाग देने की लम्बी विधि को याद करने लग जाती है। किस अंक को कहाँ लिखा जाए – वह इसी में उलझी रहती है और फिर वहीं रुक जाती है।

**द्रौपदी** के साथ ऐसा नहीं है। अपने रोज़मर्रा के जीवन में आने वाले ऐसे सवालों को वह आसानी से हल कर लेती है। सवाल को देखकर, वह अपने ढंग से मन में जोड़-घटाना, गुणा-भाग की क्रियाएँ कर लेती है। गनीमत ही समझिए कि स्कूल का हौवा उस पर हावी नहीं हुआ है जो अक्सर बच्चों को हताश कर उन्हें “बुद्धू” साबित करता है। उसने सवालों को हल करने का आसान तरीका निकाला। तीन बच्चों में से प्रत्येक को पहले रु० 50/- दे दिए। अब उसके पास रु० 30/- बचे। इसमें से प्रत्येक को रु० 10/- दे दिए। इस तरह से हरेक को उसने कुल रु० 60/- बाँट दिए। अगर हम उसे रु० 190/- बाँटने के लिए कहते, तब भी वह इसी तरह आगे बढ़ती और बचे हुए रु० 10/- को तीनों में इसी तरह बाँटती। इसके बाद उससे हमने पूछा कि यदि हरेक बच्चे को रु० 180/- देने हों, तो कुल कितने रुपयों की जरूरत पड़ेगी। इस बार भी बिना पलक झपके मुस्कराते हुए वह कहती है – “तीनों को रु० 180/-?... रु० 540/-”। हैं न चौंकाने वाली बात ! न तो वह पहाड़े जानती है और न ही उसे ये संख्याएँ लिखनी आती हैं। तो उसने यह गणना कैसी की? उसने आखिरी 180 में से बीस-बीस पहले दोनों को दे दिए। अब पहले दोनों के पास 200+200 = 400 हो गए। आखिरी वाले के पास 140 बचे। इस तरह, 200+200+140 = 540 हो गए। दूसरी आश्चर्य वाली बात यह है कि उसका उत्तर कभी गलत नहीं होता, और यदि उसे ज़रा भी शंका होती है, तो भी खुद को दुरुस्त करने के उसके अपने तरीके होते हैं। वह बड़े गर्व के साथ कहती है कि “मैंने कई बार अपने पति को भी चुनौती दी है कि जो सवाल तुम लिखकर हल करो मैं उससे पहले ही मुँह-ज़बानी हल कर सकती हूँ।” उसका पति दसवीं तक पढ़ा है, और एक कुशल राजगीर है।

**"मंदबुद्धि छात्रा"** और उसकी "विदुषी" माँ का यह कोई अनोखा उदाहरण नहीं है। वास्तविकता यह है कि हमारे अधिकांश बच्चों की स्थिति यही है। स्कूलों में उनका दाखिला हो जाता है, लेकिन कुछ दिनों में ही वे स्कूल छोड़ देते हैं। कारण यह होता है कि स्कूली माहौल को वे झेल नहीं पाते और पढ़ाई-लिखाई को वे "बोझ" या "कठिन" पाते हैं। पाठ्य पुस्तकों और शिक्षकों के द्वारा पढ़ाई का जो रूप तैयार किया जाता है वह उनके लिए "उबाऊ" और "निरर्थक" होता है। उनके जीवन के अनुभवों के लिए उसमें कोई जगह नहीं होती। अंततः वह यह समझने के लिए विवश हो जाते हैं कि हम "बुद्ध" हैं। जो बच्चे शुरु में ही स्कूल छोड़ देते हैं या जिन्हें स्कूल में दाखिला ही नहीं दिलाया जाता, हमारे देश में वे आगे चलकर प्रौढ़ असाक्षरों की लंबी पांत के रूप में खड़े मिलते हैं (अन्य विकासशील देशों की भी यही नियति है)। यह अब स्पष्ट हो गया है कि पिछले पचास सालों में प्राइमरी स्कूलों की शिक्षण पद्धति यदि सूझबूझ के साथ और आवश्यकतानुसार बनाई जाती तो ऐसी नौबत न आती। करोड़ों की संख्या में लोगों को साक्षर बनाने के लिए इस तरह के व्यापक अभियान शायद उठाने ही न पड़ते।

**दौपदी** का भी कोई अकेला और अनूठा उदाहरण नहीं है। अधिकांश प्रौढ़ों को रोज़मर्रा के कामों में गणित का सामना करना पड़ता है और अक्सर वे मौखिक गणना द्वारा अपने कार्य को साधने में सक्षम होते हैं। अक्सर यह पाया जाता है कि "अनपढ़" प्रौढ़ों में मौखिक गणना की कुशलता स्वाभाविक रूप से होती है। इसका अर्थ यह है कि उनका परिचय अक्षरों की अपेक्षा अंकों से घटाना-जोड़ना जैसी क्रियाओं आदि से अधिक होता है। यह भी ध्यान देने लायक बात है कि मौखिक अंकगणित में वे जिन पद्धतियों का इस्तेमाल करते हैं, वे लिखित अंकगणित की क्रियाओं से अक्सर बहुत भिन्न होती हैं। (अध्याय 3 और 4 के अंतर्गत गणित के मौखिक और लिखित तरीके और "लोक गणित" को देखिए।)

**प्रौढ़ों** को हम लिखना और पढ़ना सिखाने से पहले बोलना नहीं सिखाते। इसी तरह लिखित गणित सिखाने के लिए उन्हें गिनती और सरल अंकों का जोड़ना नहीं सिखाना होता। मानसिक गणना करने की एक सीमा होती है। सारी गणनाएँ अपनी याददाश्त के बलबूते पर करनी पड़ती हैं। जब लम्ब-चौड़े सवाल करने पड़ते हैं, तब बीच के जोड़ों को याद रखना मुश्किल हो जाता है। और यदि अंकों को लिखना आ जाए, तो बहुत सुविधा हो जाएगी। लेकिन, वे यह नहीं चाहते कि उन्हें केवल 1 या 8 या 22 लिखना ही सिखाया जाए। वे जल्दी ही बड़े अंकों को लिखना सीखना चाहते हैं। हमारे साक्षरता

असाक्षर प्रौढ़ों में मौखिक गिनती की कुशलता अधिक सहज है, लिखित की तुलना में। इसका अर्थ यह है कि वे अक्षरों की अपेक्षा अंकों से, उनकी क्रिया से, नाप-तौल से अधिक परिचित होते हैं।





कार्यक्रमों द्वारा उन्हें इस स्तर की दक्षता जल्दी ही मिल जानी चाहिए। हमें उनके मौखिक गणित के तरीकों को भी मजबूत करना चाहिए, (न कि उनकी अवहेलना की जाए) और उनके रोजमर्रा के जीवन में काम आने वाले विभिन्न प्रकार के रिकार्डों को रखने में उनकी मदद करनी चाहिए। खेद है कि हमारे प्राइमरों में इस तथ्य पर ध्यान नहीं दिया जाता।

एक बड़ी समस्या यह है कि हममें से जो लोग प्राइमरों और शिक्षण विधियों का निर्माण करते हैं, वे प्रौढ़ों के इन मौखिक तरीकों को नहीं जानते, और उन पर हम लिखित पद्धतियाँ ऐसे लाद देते हैं कि वे जल्दी ही ऊबकर हताश हो जाते हैं। अक्सर यह होता है कि गणित के नाम पर हम कुछ घिसी-पिटी बातें उन पर थोपते हैं जो उनके मतलब की नहीं होतीं। यह सब उनके लिए उबाऊ सिद्ध होता है; निराशा और असफलता ही उनके हाथ लगती है। यह उसी तरह की स्थिति होती है जिसे हमारे लाखों करोड़ों बच्चे स्कूल के दौरान "गणित का हौवा" के रूप में झेलते हैं।

## अंतर्राष्ट्रीय समस्या

गणित पढ़ाने और सीखने की पद्धतियों के बीच जो असंगति है, वह केवल हमारे देश में ही नहीं है, दुनिया के अन्य देशों में चल रहे साक्षरता अभियानों और प्रौढ़ शिक्षा कार्यक्रमों में भी यह पाई जाती है। 1990 में अंतर्राष्ट्रीय साक्षरता वर्ष के दौरान, विभिन्न देशों के साक्षरता अभियानों में जो समस्याएँ सामने आई थीं, उन पर कई समीक्षाएँ की गई थीं। "रोजमर्रा के जीवन में गणित और साक्षरता" पर एक रिपोर्ट क्लॉड डालबेरा (Claude Dalbera) ने तैयार की थी। इसे यूनेस्को ने अपनी सीरीज़ "साक्षरता पाठ" के अंतर्गत प्रकाशित किया था। इस रिपोर्ट में यही बात दोहराई गई थी कि गणित अभी भी एक कमजोर विषय है। इस पर काम करने की अभी बहुत जरूरत है। हम अपने अभियानों में भी इस तरह की समस्याओं का सामना करते रहते हैं, इसलिए उन्हें यहाँ प्रस्तुत करना उपयोगी होगा। इससे यह भी पता चलता है कि हमारे जो "अकादमिक विशेषज्ञ" प्राइमरों और शिक्षण विधियों की नीतियाँ निर्धारित करते हैं, वे खुद ऐसे साक्षरता पाठों को पूरी तरह आत्मसात नहीं कर पाये हैं।

अनेक अभियानों में यह देखने को मिला है कि प्राइमरों में लिखित भाषा के अंश प्रगतिशील होते हैं। लेकिन गणित सिखाने का तरीका रूढ़िवादी और बचकाना होता है। उससे अधिकतर वयस्क कक्षा छोड़कर भाग जाते हैं।

1990 तक (जब हमने अपने संपूर्ण साक्षरता अभियान शुरू किए थे) दुनिया भर ने मान लिया था कि "सहभागिता" के आधार पर शिक्षार्थियों के जिंदगी के अनुभवों का क्लास में इस्तेमाल होना चाहिए। जहाँ तक लिखने और पढ़ने

का सवाल था, यह स्पष्ट था कि पढ़ाने के तरीके केवल अक्षरों से न शुरू होकर शब्दों पर आधारित हों और बोलचाल की भाषा का इस्तेमाल करें। लेकिन, अंकों के पढ़ने और लिखने के संबंध में क्या किया जाए? गणित कैसे सिखाया जाए? रुपये-पैसे और नाप-तौल के मामलों इत्यादि से कैसे निपटा जाए?

यूनेस्को रिपोर्ट में उल्लेख किया गया है। (हम यहाँ रिपोर्ट से लगभग ज्यों का त्यों प्रस्तुत कर रहे हैं) :

“बहुत ही कम ऐसे साक्षरता कार्यक्रम हैं जिनमें प्रौढ़ों की आवश्यकता के अनुसार शिक्षण और सीखने की विधियों को सही रूप में देखा-परखा गया है। प्रायः हम देखते हैं कि साक्षरता कार्यक्रमों में लिखित भाषा के अंश और सामाजिक चेतना से संबंधित पाठ तो काफी प्रगतिशील होते हैं, पर लिखित गणित सिखाने का तरीका बिल्कुल रूढ़िवादी होता है। इससे प्रौढ़ों को ऐसा लगता है कि उन्हें धिसे-पिटे तरीकों से प्राइमरी स्कूलों में पढ़ाई जाने वाली बचकाना चीजें परोसी जा रही हैं, जिनका व्यावहारिक संदर्भों में कोई लेना-देना नहीं होता। इसके निराशाजनक परिणाम निकलते हैं। (किताबों में “कंचों” की जगह “अण्डे” लिखकर हम सोच लेते हैं कि हमने शिक्षण को ग्रामीण वातावरण में ढाल दिया है।) इसका नतीजा यह होता है कि प्रौढ़ अक्सर साक्षरता कक्षाओं से पलायन कर जाते हैं। साक्षरता कार्यक्रमों से संबद्ध शिक्षकों के सामने जब इस तरह की समस्याएँ आती हैं, तो वे अपने शिक्षण कार्यक्रम से “गणित” वाले भाग को हटा ही देते हैं।

हम जब भी “सहभागिता” की कोशिश करते हैं तो असाक्षर खुद ही अपनी ज़रूरतों को बेझिझक बता देते हैं। कई कहते हैं कि गिनना और गणना सीखना, और उनसे

ईंटों को 250 के ढेरों में रखा गया है - इसे चट्टा भी कहते हैं (दो ईंटें बोनस के तौर पर ऊपर रखी हैं)।



फोटो पी.के. आंगरा

हमें बुनियादी बातों पर अधिक समय नहीं लगाना चाहिए जैसे कि स्कूल में बच्चों के साथ किया जाता है। हमें सीधे ही आवश्यक और उपयोगी गणित की क्षमताएँ उन्हें देनी चाहिए।

संबंधित जो सामाजिक-आर्थिक समस्याएँ हैं – उनके बारे में विचार करना, उनके परिवारों और उनके समुदाय के लिए बहुत जरूरी है। इसलिए, अंकगणित पर खुली चर्चाएँ जारी रखना, नई-नई विधियों का प्रचार-प्रसार करना, अपने अनुभवों और विचारों का आदान-प्रदान करना – इन बातों का अपना महत्व है। इसमें दो राय नहीं है कि साक्षरता से संबंधित काफी अच्छा साहित्य तैयार हुआ है, लेकिन गणित में इसका अभाव आज भी खटकता है।

**“गणित शिक्षण का कार्यक्रम ऐसा हो कि प्रौढ़ों की रोजमर्रा की समस्याओं को सुलझाने में मदद मिले और सीधे ही वे आवश्यक और उपयोगी मुद्दों पर पहुँच सकें। प्रौढ़ों के पास सीमित समय रहता है, इसलिए जो भी सिखाएँ उसे जल्दी सिखाएँ। स्कूलों में सीखने के लिए लम्बा समय रहता है और किसी भी अवधारणा की पूरी समझ विकसित की जा सकती है। प्रौढ़ों को गणित से तभी लाभ पहुँचेगा जब वे उसे अपने मौखिक तरीकों के साथ जोड़ सकेंगे। इसलिए समय बचाने की व्यावहारिक दृष्टि से यह जरूरी है कि गणित की शिक्षा देते समय इनके पूर्व ज्ञान का अधिक से अधिक लाभ उठाया जाए।”**

**“यह तो हम जानते ही हैं कि असाक्षर लोग हमेशा सबसे गरीब और सबसे अधिक शोषित और पीड़ित होते हैं। उनसे यह अपेक्षा नहीं की जा सकती कि वे नैतिक कारणों से या “सुसभ्य” नागरिक बनने की दृष्टि से लिखाइ-पढ़ाई सीखने के लिए राजी हो जाएँ। साक्षरता से उनके कीमती समय को बर्बाद नहीं किया जाना चाहिए, बल्कि उनमें यह क्षमता आनी चाहिए कि वे अपनी स्थिति बदल सकें। जो शैक्षिक कार्यक्रम उनके अपने रुझान या ज्ञान या अनुभवों का ध्यान नहीं रखते, वे उनकी बेहतरी और मुक्ति का साधन नहीं बन सकते।”**

(क्लॉड डालबेरा (Claude Dalbera) द्वारा प्रस्तुत और यूनेस्को इंटरनेशनल ब्यूरो ऑफ एजुकेशन, 1990 द्वारा प्रकाशित रिपोर्ट ‘रोजमर्रा के जीवन में गणित और साक्षरता’ से साभार)

## उद्योगीकृत देशों में गणित अज्ञानता

**अमेरिका और इंग्लैण्ड में ऐसे नागरिकों की बहुत बड़ी तादाद है जिन्हें गणित-ज्ञान के अभाव में भारी दिक्कतों का सामना करना पड़ता है। सरल सवाल को हल करने में भी वे अपने को अक्षम पाते हैं। इस बारे में इन देशों**

ने पिछले दशक में काफी चर्चाएँ रही हैं। इन उद्योगीकृत देशों में स्कूली शिक्षा का यद्यपि लोकव्यापीकरण है, लेकिन वहाँ के प्रौढ़ों का गणित ज्ञान का जो स्तर है, उस पर वे चिंता जता रहे हैं और अब वे स्कूली गणित के शिक्षण पर प्रश्न-चिह्न लगा रहे हैं। अमेरिका में हुए "द मैथेमेटिक्स रिपोर्ट कार्ड" (1988) के एक अध्ययन ने काफी हलचल पैदा की। इसमें, उस समय स्कूल जाने वाले 80% सत्रह वर्षीय बच्चों का सैंपल लिया गया। इस अध्ययन में यह पाया गया कि राष्ट्र के 40% विद्यार्थी ही गणित के सामान्य प्रश्नों को हल कर पाए; जैसे - 10 का 87% ज्ञात करना। इन विद्यार्थियों में से केवल 6% (यानी लगभग 20 अमरीकी युवक) ही ऐसे सवाल हल कर सके जिनमें एक से अधिक चरण थे। जैसे लौटाए गए कर्ज की धनराशि जानना (मूलधन तथा ब्याज) या यह पता करना कि कोई वर्गमूल किन दो संख्याओं के बीच में होगा। इंग्लैण्ड में भी कुछ साल पहले एक कमीशन बैठा था जिसने कुछ ऐसे ही नतीजे निकाले थे।

ब्रिटिश कमीशन ने सैकड़ों प्रौढ़ों का इंटरव्यू लिया था, (बड़ी संख्या में लिखित परीक्षा लेने के अतिरिक्त) जिसका उद्देश्य यह जानना था कि वे अपने दैनिक कार्य में गणित का प्रयोग किस प्रकार करते हैं। इंटरव्यू लेने वालों ने यह पाया कि आम धारणा यह थी कि गणित एक "भयावह विषय" है और इसलिए जिनके पास इंटरव्यू लेने के लिए गए, उनमें से आधे लोगों से अधिक ने इस अध्ययन में भाग लेने से इनकार कर दिया। इस अध्ययन का सबसे अधिक विचित्र पक्ष यह था कि सरल सवालों को देखकर सामान्य लोग चिंताग्रस्त, असहाय और भयभीत हो उठे। अध्ययन ने यह दर्ज किया कि बिक्री कर आदि के संदर्भ में आए दिन जो प्रतिशत निकाला जाता है, उस तरह के प्रतिशतों को निकालने में काफी लोग असमर्थ रहे। बहुत लोग यह सोचते हैं कि जब अखबार में आता है कि मुद्रा स्फीति की दर कम हुई, तो साथ ही कीमतों में भी कमी आनी चाहिए। ब्रिटिश अध्ययन ने एक और रोचक तथ्य पाया। अधिकांश कर्मियों ने अपने काम से संबंधित गणित के तरीकों और सूत्रों को अपने साथियों से सीखा था, जिसका स्कूल में सिखाई जाने वाली गणित से कोई संबंध नहीं था। स्कूल में पढ़ाए जाने वाले तरीकों के बजाय व्यापारिक लोग कुछ सरल भिन्नो (Fractions) जैसे - आधा, चौथाई, आठवाँ, आदि से काम निकालते थे। एक और उदाहरण ऐसा है कि एक कर्मी जिसे बार-बार 7 से गुणा करना पड़ता था, उसने ऐसा तरीका अपनाया। पहले संख्या को 3 से गुणा करता था; गुणनफल को उसी में जोड़ देता था और फिर दी गई संख्या को उसी में जोड़ देता था। मान लीजिये 7 से 8 का गुणा करना है तो  $7 \times 8 = ? = (8 \times 3) + 24 + 8 = 56$

सत्रह वर्षीय अमेरिकन छात्रों में से 40 प्रतिशत ही इन सवालों का जवाब दे सके, जैसे :

10 का 87% कितना होगा?

हममें से कितने बता पायेंगे कि

17 का वर्गमूल :

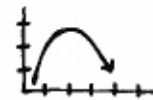
9 और 10 के बीच है?

या, 17 और 18 के बीच है?

या, 4 और 5 के बीच है?

$\sqrt{17}$  ?

17 तो एक अभाज्य संख्या है इसलिए शायद इसका वर्गमूल नहीं होना चाहिए... ।



तब तो कीमत में भी कमी होनी चाहिए

मुद्रा स्फीति की दर में कमी!



श्रमिकों ने जो गणित के अपने तरीके निकाले हैं, उसका कारण यह रहा है कि स्कूली पढ़ाई ने उनमें आत्मविश्वास पैदा नहीं किया। कई सुशिक्षित लोग भी गणित में लगभग अनपढ़ रह जाते हैं। जब तक स्कूल में पढ़ा गया गणित विश्वास के साथ सीखा नहीं जाएगा, उसका जीवन में उपयोग नहीं हो पाएगा। और ज्यादातर आँकड़े यही दिखाते हैं: कि बहुत कम लोग सही समझ विकसित कर पाते हैं।

(“डेएडलस” पत्रिका के वॉल्यूम 119, पृ. 211-231 पर लिन आर्थर स्टीन का आलेख)

पिछले कुछ सालों के दौरान गणित सीखने के तरीकों पर काफी शोध हुए हैं। इस बात पर जोर दिया गया कि किसी सवाल को हल करने के लिए एक से अधिक तरीकों को सिखाया जाना चाहिए। “गणित शिक्षा” पर “अमेरिका-जापान संयुक्त कमीशन” ने भी इस बात पर जोर दिया और पाया कि जापानी छात्र अमेरिकी छात्रों से कहीं ज्यादा ऐसे “खुले” तरीके अपनाते हैं और बेहतर नतीजे पाते हैं।

प्रौढ़ों के मामलों में, इस बात पर बार-बार बल दिया गया है कि गणित के पाठ्यक्रम की पुनः समीक्षा की जाए; उसे कला से जोड़कर उसमें मनोरंजन और व्यावहारिक सूझ-बूझ का पूरी तरह समावेश किया जाए।

प्रौढ़ों के मामलों में, इस बात पर बार-बार बल दिया गया है कि गणित के पाठ्यक्रम की पुनः समीक्षा की जाए। गणित को कला से जोड़कर उसमें मनोरंजन और व्यावहारिक सूझ-बूझ का पूरी तरह समावेश किया जाए।

कुछ सुझाव नीचे दिए गए हैं --

• केवल अंकगणित ही न पढ़ाया जाए।

गणित के पाठ्यक्रम के अंतर्गत आँकड़ों की समझ, ज्यामिति, अंकगणित और पैटर्न पहचानने की विधियों का भी समावेश होना चाहिए। साथ ही रोजमर्रा की जिंदगी में हम जिस तरह के तर्क या व्यावहारिक बुद्धि का इस्तेमाल करते हैं, उन तरीकों को भी सम्मिलित किया जाना चाहिए।

• केवल बनावटी पाठों पर ही आश्रित न रहा जाए।

वास्तविक संदर्भों से जुड़ी चर्चा, मुक्त लेखन, खोज और विश्लेषण, आपसी सहयोग वाली गतिविधियों से ही शिक्षार्थी उत्तम ढंग से सीखते हैं। कागज के पन्नों पर छपे बनावटी पाठ केवल स्कूली शिक्षा की झलक देते हैं और जिंदगी से अछूते रह जाते हैं।

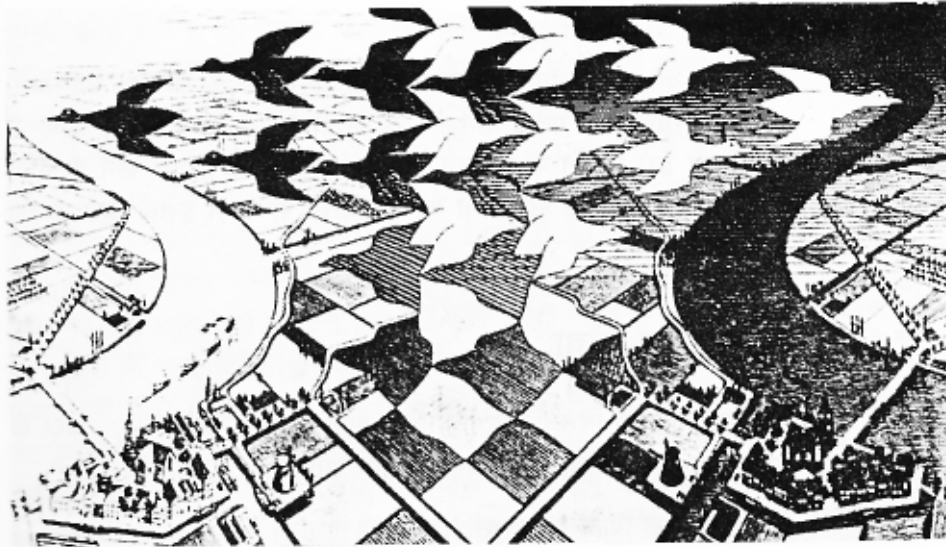
• केवल छोटे उत्तर वाले सवाल ही न पूछें।

मूल्यांकन करने के तरीके से सीखने और सिखाने की विधि पर काफी असर पड़ता है। लिखना सीखने की तरह गणित में अभिव्यक्ति का अपना महत्व

हैं। केवल सही उत्तर प्राप्त करना ही ज़रूरी नहीं है, बल्कि यह जानना भी ज़रूरी है कि शिक्षार्थी ने क्या तरीका अपनाया और क्यों ! प्रश्नों का निर्माण इस प्रकार किया जाए कि यह पता लग सके कि शिक्षार्थी किस तरह सोचते हैं, न कि केवल यह कि वे क्या जानते हैं।

• केवल गणित पर निर्भर न रहें।

गणित के पाठों को प्रभावी ढंग से सीखने के लिए इसे अन्य गतिविधियों से जोड़ना पड़ेगा; जैसे – कक्षा में और कक्षा से बाहर खेल, सांस्कृतिक कार्यक्रमलाप और मनोरंजन की गतिविधियाँ इनमें शामिल की जा सकती हैं।

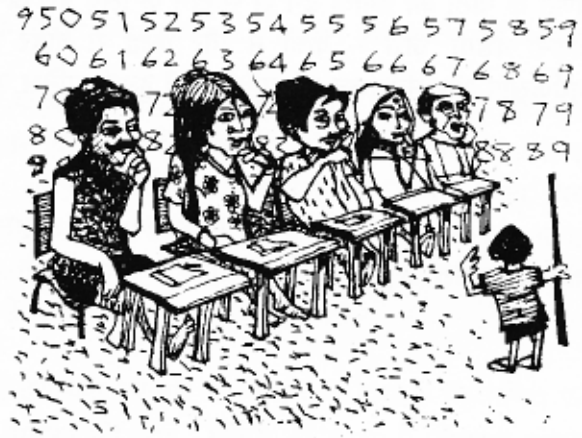


इस चित्र में सफेद और काले चौखाने धीरे-धीरे ऐसी चिड़ियाओं में बदलते हैं जो विपरीत दिशाओं में उड़ रही हैं। यह चित्र एम.सी. एशर ने बनाया है, जिनके कार्य में गणित के कई सिद्धांत निहित हैं और दुनिया भर के गणितज्ञों ने इसे सराहा है।

## अध्याय 2

# साक्षरता अभियानों में गणित शिक्षा की समीक्षा

प्रौढ़ सीखने वालों के साथ प्राथमिक स्कूल के बच्चों जैसा व्यवहार किया जाता है। (शान्त ! हौं ..... अब मुँह पर अगुली रखो !)



अंक 7 में 10 तक के पदों की तालिका

7	8
7x 1 = 7	8x 1 = 8
7x 2 = 14	8x 2 = 16
7x 3 = 21	8x 3 = 24
7x 4 = 28	8x 4 = 32
7x 5 = 35	8x 5 = 40
7x 6 = 42	8x 6 = 48
7x 7 = 49	8x 7 = 56
7x 8 = 56	8x 8 = 64
7x 9 = 63	8x 9 = 72
7x 10 = 70	8x 10 = 80

अंक 8 में 10 तक के पदों की तालिका

प्राइमर 3 का एक सामान्य पाठ जिसमें अंकों की प्रस्तुति नीरस और रूखे ढंग से की गयी है।

इस बात को काफी लोग स्वीकार करते हैं कि जिलों के साक्षरता अभियानों (TLC) में गणित की पढ़ाई कमजोर रह जाती है। उत्तर-साक्षरता चरण के दौरान भी इस स्थिति से निपटने के लिए योजनाबद्ध प्रयास कम ही किए जाते हैं। सुझावों और समाधानों को पेश करने से पहले इसके कुछ कारण यहाँ प्रस्तुत किए जा रहे हैं।

### प्राइमरों का ढाँचा

राष्ट्रीय साक्षरता मिशन द्वारा निर्धारित मापदंडों के अनुसार, TLC - फेज के अंत में, हरेक शिक्षार्थी से ये अपेक्षाएँ की जाती हैं -

- 100 तक के अंकों की अच्छी जानकारी।
- जोड़, घटाना, गुणा, भाग की पूरी जानकारी और सरल भिन्नों को हल करने की क्षमता।
- समय, लम्बाई, आयतन और भार की मानक इकाइयों की जानकारी।

- प्राइमरों के जीवन में काम आने वाले आँकड़ों की व्याख्या करने की क्षमता।

IPCL तरीके के अनुसार बनाए गए साक्षरता प्राइमरों का ढाँचा आमतौर पर इस प्रकार होता है –

- पहली प्राइमर में 1-10, 11-20, 21-30, आदि से लेकर 50 तक की संख्या का परिचय कराया जाता है।
- दूसरी प्राइमर में 1 से 100 तक की संख्याओं को रखा गया है और उसमें जोड़ तथा घटाने के अभ्यास भी रखे गए हैं। घड़ी के समय का परिचय भी कराया जाता है।
- तीसरी प्राइमर में गुणा और भाग, मापन और दशमलव का बुनियादी ज्ञान, भिन्न, पैसों का लेन-देन, आदि को शामिल किया गया है। अधिकांश जिलों की प्राइमरों में यही व्यवस्था मिलती है, लेकिन इसके अलावा कुछ ने प्रतिशत, ब्याज, आदि को भी शामिल किया है।

### प्राइमर के ढाँचे की वजह से समस्याएँ

इसमें संदेह नहीं है कि प्राइमर में गणित की जो रूपरेखा ऊपर दी गई है उसमें कई खामियाँ हैं। यह स्पष्ट है कि प्रौढ़ों के साथ बच्चों जैसा बर्ताव किया जाता है और उन्हें धीमी चाल से पढ़ाया जाता है। अक्सर यह पाया जाता है कि स्कूल में प्रचलित बँधे-बँधाए और सीधे-सीधे क्रम में संख्याओं को सिखाने के तरीके यहाँ उपयुक्त नहीं हैं। IPCL कमेटी ने गणित शिक्षण की निराशाजनक स्थिति पर सोच-विचार किया है और हर बार इसके पाठ्यक्रम को "सरल" बनाने की कोशिश में उसे कुछ ज्यादा ही हल्का कर दिया है। प्रौढ़ बहुत कुछ सीखना चाहते हैं और जल्दी सीख भी लेते हैं यदि हम पढ़ाने के सही तरीके अपनाएँ। कम समय में एक अभियान के तहत गणित को कैसे सिखाया जाए, इस बात पर ध्यान नहीं दिया गया है। उदाहरण के लिए, एक शहरी ज़िले की टीम ने अपने शिक्षार्थियों के लिए कुछ लाभकारी विषयों को शामिल किया था। जैसे – कलेंडर, जन्म प्रमाण पत्र या दवाइयों के पैकेटों पर तारीखें, आदि। लेकिन एक IPCL "विशेषज्ञ" ने इसे बरहमी से काट दिया और साथ ही इस बात की भी हठ की कि प्राइमर 2 में भी संख्याओं को 51-60, 61-70 के क्रम में हर अध्याय में सिखाते जाएँ। बुनियादी मुद्दा यह था कि शिक्षार्थी – विशेष रूप से शहरी पृष्ठभूमि के – अधिक "उपयोगी" कौशलों और जानकारी को जल्दी हासिल करने के



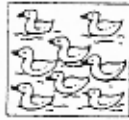
इच्छुक थे। और यदि उन्हें बच्चों की तरह सरल संख्याओं की नीरसता झलनी पड़ती, तो वे क्लास छोड़ देते। इस हकीकत को कमेटी के सदस्यों के दिमाग में बैठाना मुश्किल था।

**प्रौढ़ों** में सीखने की प्रक्रिया बच्चों से भिन्न होती है। अपने रोजमर्रा के जीवन-अनुभव से वे गणित का बहुत सारा ज्ञान हासिल किए हुए होते हैं। एक प्राइमर में 50 तक की संख्याओं को शामिल करना और दूसरी प्राइमर में अगली 50 संख्याओं को रखने के निर्णय में कोई समझदारी नहीं दीखती। 87 जैसी संख्या बच्चे के लिए बड़ी हो सकती है, लेकिन प्रौढ़ के लिए नहीं। यदि कोई शिक्षार्थी 23 और 32 के भेद को समझ सकता है, तो उसे 67 और 76 में भी कोई कठिनाई क्यों होनी चाहिए? इस प्रकार, 51 से 100 तक की संख्याएँ भला 21 से 50 तक की संख्याओं से "अधिक कठिन" क्यों हो और उन्हें (51 से 100 तक की संख्याएँ) प्राइमर 2 में क्यों रखा जाए?

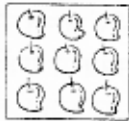
**गुणा** के सवालों को सीखने से पहले शिक्षार्थी को 100 तक के जोड़/घटाना से क्यों परिचित होना चाहिए? बड़े-बड़े साक्षरता कार्यक्रमों के चलाने के अनुभवों के आधार पर इस तरह के बुनियादी प्रश्नों की समीक्षा और सघन चर्चा की जरूरत है।



7



8



9

यह प्राइमर से लिया गया एक आम नमूना है। चित्र में 8 बत्ताखें दिखाई गई हैं। प्रौढ़ शिक्षार्थी से यह पूछना कि गिनकर बताओ कितनी बत्ताखें हैं – यह उनकी समझदारी का उपहास है। इसलिए यह कोई आश्चर्य की बात नहीं है कि शिक्षार्थी ऐसे गणित के पाठों को गंभीरता से न लें।

**प्राइमर 1** यह ज़ाहिर करती है कि शिक्षार्थियों के पूर्व-ज्ञान की हम उपेक्षा करते हैं। प्रौढ़ शिक्षार्थी से पूछना कि चित्र से गिनकर बताओ कितनी बत्ताखें हैं – यह उनकी बुद्धिमत्ता का उपहास है। इसलिए यह कोई विचित्र बात नहीं है कि शिक्षार्थी गणित के पाठों में कोई रुचि न लें।

गणित की क्रियाओं को जैसे, जोड़, घटाना, आदि-यदि जीवन की वास्तविक समस्याओं से जोड़ा जाए, तो बात समझ में आती है। शुरुआत हमें इबारती सवालों से करनी चाहिए, जो मौखिक रूप से हल करवाए जाएँ और धीरे-धीरे लिखकर भी कर सकें। अपने जीवन से संबंधित "भाग" के प्रश्न को द्रौपदी ने आसानी से हल कर दिया था। प्रौढ़ों के सामने लेन-देन की ऐसी समस्याएँ आए दिन आती रहती हैं और वे उन्हें हल करने के अपने तरीके निकाल लेते हैं। गणित के सवालों को इबारत में कहने से संदर्भ स्पष्ट रहता है और इससे प्रौढ़ वास्तविक दुनिया से जुड़े रहते हैं। रोजमर्रा के सवालों को मुँह-जबानी हल कर लेने में तो शायद वे हमसे बेहतर ही हैं। फिर भी, हम यह देखते हैं कि इनारी प्राइमरों में "इबारती सवालों" का बहुत ही कम समावेश रहता है। इसीलिए यह है कि हमारे "विशेषज्ञ" यह सहज ही मान लेते हैं कि मौखिक सवाल "बहुत कठिन" होते हैं, और इस कारण उन्हें नकार ही देते हैं। इस सोच की जड़ें गहरी हैं और ये हमारी स्कूली सिस्टम से उत्पन्न होती हैं। स्कूल में यदि इबारती सवालों को वह "औपचारिक" जामा न पहनाया जाता जो प्रचलित है, बल्कि उन्हें सार्थक संदर्भों से जोड़ा जाता और बच्चों को खुले रूप से मानसिक गणित करने के लिए प्रोत्साहित किया जाता, तो नतीजा कुछ और ही होता! ("इबारती सवाल" पर अधिक चर्चा के लिए अध्याय 3-गणित के मौखिक और लिखित तरीके को देखें।)

स्कूलों की पाठ्यपुस्तकों को बनाने में जिन तरीकों का इस्तेमाल किया गया है, उससे बच्चों को हानि हुई है, जिससे हम परिचित ही हैं। गणित सिखाने से संबंधित TLC प्राइमरों की भी यही स्थिति है और उनमें प्रौढ़ों के लिए कई जरूरी विषय तो दीखते ही नहीं हैं। खासतौर पर रुपये-पैसे से जुड़ी गणनाओं को – जैसे, लाभ और हानि, कर्ज पर ब्याज लगाना, लॉटरी में जीतने और हारने का कयास लगाना – शिक्षार्थी अधिक महत्व देते हैं। लेकिन वे पाते हैं कि संपूर्ण साक्षरता अभियानों (TLCs) में इन पर उचित ध्यान नहीं दिया जाता।

## अभियानों के दौरान व्यावहारिक समस्याएँ

प्राइमर के इस कमजोर ढाँचे की वजह से तरह-तरह की व्यावहारिक समस्याएँ खड़ी हो जाती हैं, जिनमें से कुछ का उल्लेख नीचे किया जा रहा है :

गणित के सवालों को इबारत में कहने से संदर्भ स्पष्ट रहता है और इससे प्रौढ़ वास्तविक दुनिया से जुड़े रहते हैं। परन्तु दुर्भाग्यवश हमारे प्राइमरों में इबारती सवाल बहुत ही कम मिलते हैं।

- वॉलंटियर्स को जुटाने, शिक्षार्थियों के नाम दर्ज करने, स्रोत व्यक्तियों की सूची तैयार करने के संबंध में शुरू में उत्साह काफी होता है। इस तरह, प्रशिक्षण से संबंधित जितनी अकादमिक गतिविधियाँ होती हैं, वे केवल प्राइमर 1 तक सीमित रह जाती हैं और उसमें गणित का पुट बहुत ही कम होता है।
- मूल स्रोत व्यक्तियों (Key Resource Persons) से वॉलंटियर शिक्षकों (Volunteer Teachers) तक पूरी कड़ी गणित को गंभीरता से नहीं लेते, क्योंकि प्राइमर में इस मुद्दे को महत्व नहीं दिया जाता।
- शिक्षण शुरू हो जाता है और पहली प्राइमर को पूरा करने में 4-5 महीने लग जाते हैं। "गणित कोई समस्या नहीं है" – उस दौरान इस तरह की बातें सुनाई देती हैं।
- प्राइमर 2 के प्रशिक्षण में गणित को और भी कम महत्व मिलता है। यह इस धारणा का फल है कि गिनती-विनती सिखाना कोई मुश्किल बात नहीं है।
- 28+34 जैसी संख्याओं के जोड़ को पढ़ाने में जब पहले-पहले दिक्कतें सामने आती हैं, तब तक प्राइमर 2 की लगभग आधी पढ़ाई समाप्त हो चुकी होती है और अभियान के लगभग 9 महीने निकल चुके होते हैं।
- जब तक इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि "गणित की पढ़ाई कमजोर है", करीब आधे शिक्षार्थी और वॉलंटियर क्लास छोड़कर जा चुके होते हैं। इक्के-दुक्के स्रोत व्यक्ति टिके रहते हैं और फील्ड कोऑर्डिनेटर, जिन्हें स्रोत व्यक्ति की भूमिका भी निभानी पड़ती है, अपने को भंवर-जाल में उलझा पाते हैं।
- जो बचे-कुचे लोग प्राइमर 3 का प्रशिक्षण देते या खुद पढ़ाते हैं, वे गणित को लगभग नजरअंदाज कर देते हैं – यह मानते हुए कि अब यह बहुत कठिन है।
- अंततः हमें सुनने को मिलता है – "गणित वास्तव में कमजोर है"। कुछ गिने-चुने जिलों में उत्तर साक्षरता अभियान (PLC) के दौरान कुछ अतिरिक्त प्रयास किए गए हैं। फिर भी, उन्हीं गलतियों को दोहराया जाता है और वही नतीजे सामने आते हैं। प्रशिक्षण में जल्दबाजी तो एक कारण है ही, लेकिन मुख्य दोष प्राइमर के ढाँचे का ही है।

ऊपर कही गई बातों को ध्यान में रखते हुए यह भी जरूरी है कि हम गणित में आखिर क्या पढ़ाना चाहते हैं – यह तय कर लें और फिर सही ढंग से प्राइमरों का ढाँचा बना लें।

## शिक्षण संबंधी एक समस्या

संख्याएँ भी कुछ मतलब रखती हैं?

यह तो हम मानते हैं कि प्रौढ़ों को सीधे वर्णमाला सीखाने की बजाए हम उनके परिचित शब्दों से ही पढ़ाना सिखाना शुरू करते हैं। इस समस्या पर बहुत से शिक्षण शास्त्रियों के विचार पाउलो फ़ेरे (Paulo Freire) के लेखन से प्रभावित हुए हैं। अहम मुद्दा यह है कि वर्ण का अपना कोई अर्थ नहीं होता, जबकि जीवन से जुड़े शब्दों का अर्थ जानते हुए उनके वर्णों को पहचानना आसान होता है।

न जाने क्यों, गणित के संदर्भ में इस बात पर कभी ध्यान ही नहीं दिया गया है। फ़ेरे की पद्धति को यदि हम गणित शिक्षण में भी इस्तेमाल करना चाहें, तो हमें ध्यान देना होगा कि शिक्षार्थियों के लिए तो संख्याओं के भी अपने-अपने अर्थ हैं। इसलिए, संख्याओं को अर्थ से जोड़कर ही प्रस्तुत करना सही रहेगा, न कि अमूर्त अंकों से शुरू करना। जरा सोचें कि शिक्षार्थियों के लिए अंकों का क्या अर्थ हो सकता है? एक बार शिक्षार्थियों के एक समूह से पूछा गया कि "100" शब्द सुनने से उनके मन में किन सौ वस्तुओं का विचार आता है। कई ने फूलों को बताया और कुछ ने और नाम गिनाए। जब इसी तरह "1000" के बारे में पूछा गया, तो अधिकांश ने एक हजार रुपये बताया। इसके बाद, जब "144" के बारे में पूछा गया, तब एक गहरा सन्नाटा छा गया। एक महिला ने कुछ विचार करने के बाद कहा – "हमारे सिनेमा हॉल में 144 बेंच"। इससे इस बात को बल मिलता है कि शुरू में संख्या शिक्षार्थी के लिए अधिक अर्थयुक्त होती है, जब उसके मन में छवि उकेरी जाती है। इस तरह के अभ्यासों को करने में प्रौढ़ शिक्षार्थी ही नहीं, हम जैसे साक्षर भी आनंद लेते हैं। काश, हम लिखित संख्याओं को सिखाने में इस बुनियादी सिद्धांत को अपनाते न कि निरर्थक रूप से महीनों तक उन्हें गिनती ही पढ़ाते रहें।

## वॉलंटियर शिक्षक (VT) की भूमिका

प्रौढ़ शिक्षा और बाल शिक्षा के बीच प्रमुख भेद यह है कि प्रौढ़ शिक्षा प्रभावकारी तभी सिद्ध होगी जब शिक्षक और शिक्षार्थी के बीच यह स्पष्ट समझ होगी :

- शिक्षार्थी यह जानता है कि उसमें किस कौशल विशेष का अभाव है;

वयस्कों के लिए साक्षरता एक प्रस्तावना की तरह होनी चाहिए, जिससे उनके दैनिक जीवन से हासिल ज्ञान को व्यवस्थित किया जाए। पूर्व ज्ञान का ज्ञान, उसकी सही समझ से ही उनके लिये नये ज्ञान के द्वार खुल सकते हैं।

पाउलो फ़ेरे, पैडागॉजी इन प्रैक्टिस, 1978



सिनेमा हॉल में 144 बेंच हैं।

धारा 144



साक्षरता के मामले में वॉलेंटियर इसी आधार से सिखाना शुरू कर सकते हैं कि शिक्षार्थी को लिखने, पढ़ने की अमुक-अमुक कुशलता प्रदान करनी है। लेकिन जब वह गिनती पर आते हैं तो प्रौढ़ शिक्षार्थी पहले से ही अपनी रोजमर्रा की मौखिक गणना से बहुत कुछ जानते हैं।

जैसे – लिखने-पढ़ने की क्षमता का अभाव

- शिक्षक भी इसी आधार पर आगे बढ़ते हैं कि शिक्षार्थी को अमुक-अमुक कुशलता की ज़रूरत है
- शिक्षण कार्यक्रम इसी प्रकार बनाया जाए कि नियत समय में शिक्षार्थियों में ये कुशलताएँ आ जाएँ

**शिक्षक और शिक्षार्थी के बीच यह समझ एक करारनामा की तरह मानी जा सकती है।** हमारे साक्षरता अभियानों में शिक्षार्थी पहले ही पलायन कर जाते हैं। इसलिए हम कह सकते हैं कि इस करारनामा में कहीं कोई खामी रह गई है। शिक्षक यह मानकर चलते हैं कि शिक्षार्थी कुछ नहीं जानते और इसलिए उन्हें पढ़ाने में दिक्कतें आती हैं। वे अक्सर यह भी शिकायत करते हैं कि उनकी क्लास में आने वाले शिक्षार्थियों का स्तर अलग-अलग होता है।

**जब बात प्रौढ़ों के लिए गणित की आती है, तब समस्या का एक अलग ही रूप सामने आता है।** जैसा कि हम पहले ही कह चुके हैं, अधिकांश शिक्षार्थी अपने रोजमर्रा के जीवन में हिसाब-किताब के मसलों से खुद ही निपट लेते हैं, भले ही उन्हें लिखने-पढ़ने की जानकारी न हो। हकीकत तो यह है कि युवा वॉलेंटियर शिक्षकों की अपेक्षा वे मानसिक गणना या पारंपरिक नाप-तौल के पैमाने में अधिक दक्ष होते हैं। इस बारे में द्रौपदी और उसकी स्कूल जाने वाली बेटी का जिक्र पहले अध्याय में किया जा चुका है। साक्षरता अभियान में शिक्षण के बारे में कोई करारनामा नहीं है। राष्ट्रीय साक्षरता मिशन (NLM) के मापदंड शायद स्पष्ट हों, लेकिन –

- शिक्षार्थी को इस बात का स्पष्ट बोध नहीं होता कि उसे गणित का कितना ज्ञान है और उसे क्या नहीं आता।
- शिक्षक को इस बात की कतई जानकारी नहीं होती कि शिक्षार्थी को क्या नहीं आता और क्या उसके लिए जानना आवश्यक है।

**इस तरह के करारनामा के अभाव में साक्षरता की क्लास केवल प्राइमर की घिसी-पिटी लीक पर चलती है।** संपूर्ण साक्षरता अभियानों की एक खासियत यह है कि वॉलेंटियर शिक्षक बहुधा स्वयं ही अर्धशिक्षित होते हैं और अपने आप पढ़-लिख सकने में वे दिक्कत महसूस करते हैं। आमतौर पर, वॉलेंटियर शिक्षक या तो स्कूल का विद्यार्थी होता है या स्कूल छोड़ चुका विद्यार्थी। ज्यादातर, ऐसे शिक्षक आठवीं कक्षा तक पढ़े हुए होते हैं, लेकिन उनकी ट्रेनिंग यदि सही हुई हो, तो भाषा के शिक्षण को लेकर न तो शिक्षार्थियों को और

**इस** प्रकार स्थिति यह है कि वॉलेंटियर शिक्षक को इस बात की सही जानकारी नहीं होती कि शिक्षार्थी का पूर्व ज्ञान क्या और कितना है, क्या वह नहीं जानता और क्या उसे जानना चाहिए। शिक्षक यह भी नहीं जानता कि अपेक्षित ज्ञान देने के लिए खुद उसमें कितनी क्षमता है। ऐसी स्थिति में, कक्षा में उससे क्या अपेक्षा की जा सकती है। कठिन अंशों को सहज ही छोड़ दिया जाता है। दुर्भाग्य यह है कि वॉलेंटियर शिक्षकों को प्रशिक्षण देने वाले लीक के पक्के स्कूल शिक्षक होते हैं – वे उन्हीं गलतियों को दोहराते हैं जिन्हें वे स्कूल में पढ़ाते समय करते हैं। वे VA के गणित भय को नज़रअंदाज़ कर देते हैं जिससे वे अपने और अपने शिक्षार्थियों के जीवन-अनुभवों का उपयोग नहीं कर पाते। इसका परिणाम यह होता है कि वॉलेंटियर टीचर प्रशिक्षण के दौरान सही मदद नहीं प्राप्त कर पाता।

**इन** सब चर्चाओं का निष्कर्ष यह निकलता है कि साक्षरता/उत्तर-साक्षरता अभियानों में गणित संबंधी शिक्षण का जो तरीका अपनाया जाता है, उसमें मूलचूल परिवर्तन की ज़रूरत है। यह परिवर्तन हर स्तर पर ज़रूरी है। प्राइमरों के निर्माण में भी और संबंधित सभी व्यक्तियों के प्रशिक्षणों में भी। उम्मीद है कि आगे की चर्चा इस प्रकार के परिवर्तन की राह दिखाने में मदद करेगी।

### एक नये अध्ययन और प्रशिक्षण का सुझाव

स्रोत व्यक्तियों को पहले एक अध्ययन कर लेना चाहिए –

- उस क्षेत्र में प्रचलित अंक सम्बन्धी शब्दावली,
- अंकगणित और मापन की स्थानीय लोक-गणित विधियाँ,
- नव-साक्षरों के व्यवसाय के लिए अपेक्षित गणित ज्ञान।

यह अध्ययन स्रोत व्यक्तियों के प्रशिक्षण का एक भाग हो। गणित पर आधारित एक विशेष प्रशिक्षण कार्यक्रम बनाया जाए जिससे –

- वॉलेंटियर शिक्षकों को अपना ज्ञान ताज़ा करने का मौका मिले और विषय को समझने में भी मदद मिले।
- प्रशिक्षकों की सोच में अनुकूल तबदीली आए, और वे शिक्षार्थी के उपलब्ध ज्ञान को समझें और उसकी ज़रूरतों का आंकलन भी कर सकें।
- प्रशिक्षण के दौरान प्रशिक्षक इस पुस्तिका में दिए गए अभ्यासों के आधार पर खुद अभ्यासों की रचना करने में सक्षम हों और केवल किताबी अभ्यासों पर ही निर्भर न रहें।

## अध्याय 3

# गणित के मौखिक और लिखित तरीके

शुरु के अध्याय में यह जानकर हम चकित रह गए थे कि द्रौपदी अपनी रोजमर्रा की समस्याओं को सुलझाने के लिए नानसिक गणनाएँ कैसे करती है। मौखिक और लिखित गणित की क्रियाओं में स्पष्ट भेद है। यहाँ हम अन्य उदाहरणों पर गौर करेंगे और यह जानने का प्रयास करेंगे कि प्रौढ़ असाक्षर किस प्रकार की मौखिक प्रक्रिया को अपनाते हैं। प्रौढ़ लोग रोजमर्रा के गणित में जिन तरीकों को अपनाते हैं, उनकी तुलना करने के लिए, हम दुनिया के अन्य भागों में किए गए कुछ अध्ययनों का भी जिक्र करेंगे।

### उदाहरण 1

हाट-बाजार में जानकी सब्जियाँ बेचती है। उसे 200 में से 65 घटाने की ज़रूरत पड़ी।

*"मैं पहले पाँच देती हूँ, अब सत्तर हो गए, फिर अस्सी, नब्बे, सौ; मैं एक सौ पैंतीस वापस देती हूँ।"*

जब कोई ग्राहक दुकानदार को सामान की कीमत से अधिक पैसा देता है, तब साक्षर दुकानदार भी चेंज लौटाने के लिए इसी तरीके को अपनाते हैं और यह आम बात है। घटाने के बजाए वे आमतौर पर दी गई राशि तक जोड़ना शुरू करते हैं। 65 से शुरू करके पहले वे 70 तक जोड़ते



अमृता शेर-गिल, 'फ्रूट वेंडर्ज', 1937

हैं और फिर दस-दस के गुणांकों में आगे बढ़ते हैं। 200 को 100-100 के दो भागों में बाँटा जाता है। खंडों में समस्या का हल निकाला जाता है। ऐसे सवालों को वे तोड़-तोड़कर ही हल निकालते हैं।

### उदाहरण 2

भैरू को घटाने का यह सवाल करना है – 343 - 48

इसे वह मुँह-जबानी कैसे हल करता है?

*“पहले तैंतालिस लिए, बचे तीन सौ; पाँच और लिए; बाकी बचे दो सौ पिचानबे।”*

भैरू ने 343 को 300+43 में बाँट दिया; 48 को भी 43+5 में बाँटा; दोनों तरफ से 43 को निकाल दिया और बचे 5 को 300 में से घटाया। अब ज़रा सोचिए, आप इस प्रश्न को मौखिक रूप से कैसे हल करेंगे?

### उदाहरण 3

स्कूल छोड़ चुके चंदरू से इस प्रश्न को हल करने के लिए कहा गया : 200 - 45

जब उससे लिखित रूप से इस प्रश्न को हल करने के लिए कहा गया, तो वह एक संख्या को ऊपर और दूसरी संख्या को उसके नीचे लिख देता है। इसके बाद वह इकाई से दहाई और सैकड़े की ओर चलता है और साथ-साथ बोलता जाता है –

*“शून्य में से पाँच लिए, बचा शून्य; शून्य में से चार लिए, बचा शून्य; अब रहा दो, हो गए दो सौ।”*

एक शोधकर्ता चंदरू से पूछता है कि यह कैसे संभव है कि शुरू में उसके पास रु. 200/- थे और उसमें से उसने रु. 45/- की खरीददारी कर दी और फिर वह रु. 200/- लेकर लौटा?

वह लड़का फिर से उन संख्याओं को लिखता है और उसी प्रक्रिया को दोहराते हुए इकाई से दहाई और सैकड़ा तक पहुँचता है। इस बार वह बोलता है: *“पाँच में से शून्य गया, बचा पाँच; चार में से शून्य गया, बचा चार; अब बाईं तरफ बचा दो और शेष बचा दो सौ पैतालिसें लेकिन यह भी गलत है।”*

अब उससे इस प्रश्न को मौखिक रूप से हल करने के लिए कहा गया और वह विश्वास पूर्वक उत्तर देता है: *“अगर पचास होते, तो मुझे एक सौ पचास वापस मिलते, लेकिन अब मुझे एक सौ पचपन वापस मिलेंगे।”*



## अंकों के असली मान का ध्यान रखना

लिखित प्रक्रियाओं में हम छोटी राशि से बड़ी राशि की ओर चलते हैं, यानी पहले इकाई, फिर दहाई और फिर सैकड़ा, आदि। शुरु में ही यदि कोई त्रुटि हो जाती है, तो वह आगे और भी बढ़ जाती है। मौखिक गणित में हम बड़ी राशियों से शुरु करते हैं; मोटा-मोटा अनुमान लगाते हैं और फिर सही उत्तर पाने के लिए छोटी राशियों पर आते हैं। उदाहरण 3 में वह लड़का दो सौ न से पचास घटाना शुरु करता है, और बाद में अतिरिक्त पाँच को ध्यान में रखकर आवश्यक सुधार करता है। एक कारण यह है जिससे मौखिक तरीकों से आमतौर पर गलतियाँ छोटी होती हैं।

लिखित गणित में, हमें अंकों के असली मान का ध्यान रखने की ज़रूरत नहीं होती। हम केवल सापेक्षिक स्थान पर ही ध्यान देते हैं; जैसे – इकाई, दहाई, सैकड़ा, आदि। 333 संख्या को हम मौखिक रूप से “तीन सौ तैंतीस” कहते हैं। लेकिन सांकेतिक रूप में हम इसे 333 लिखते हैं जिसमें प्रत्येक 3 के स्थान का अपना-अपना महत्व है। जब हम मौखिक हिसाब करते हैं, तब हमारे दिमाग में हर 3 का असली मान रहता है, यानी –

“तीन सौ” या “तीस” या “तीन”। मौखिक रूप से हम प्रत्येक अंक के सापेक्षिक मान को ध्यान में रखते हैं। मौखिक गणना में इकाइयों को या दहाइयों, आदि को हमें अलग से देखने की ज़रूरत नहीं पड़ती। यही कारण है कि हमें उदाहरण 3 जैसी स्थिति का सामना कभी नहीं करना पड़ता जिसमें वह लड़का “शून्य से पाँच गए” कहने पर उलझन में पड़ गया था। “हासिल लगाने” के नियम का मौखिक हिसाब में इस्तेमाल न के बराबर होता है।

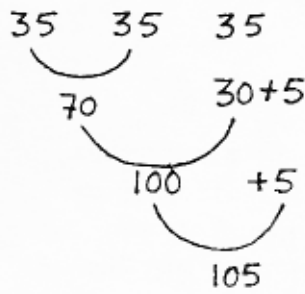
### उदाहरण 4

एक नव-साक्षर महिला से इस प्रश्न को हल करने के लिए कहा गया –  $100/4$

जब उससे इस प्रश्न को कागज़ पर हल करने के लिए कहा गया, तो उसे यह असंभव लगा। पहले उसने 1 में 4 से भाग देने की कोशिश की लेकिन सफलता नहीं मिली, उसके बाद 0 में 4 से भाग दिया, और अंत में हार गई।

जब उसे मौखिक रूप से हल करने के लिए कहा गया तो उसे आसान लगा। पहले उसने सौ के दो भाग किए और पचास आया। पचास के फिर दो भाग किए और पच्चीस आया।

मौखिक अंक गणित में, हम पहले मोटे रूप से बड़ी संख्याओं की गणना करते हैं और फिर छोटी संख्या से उसकी बारीक “ट्यूनिंग” करते हैं। इससे यह होता है कि मौखिक अंकगणित में गलतियाँ छोटी ही होती हैं।



### उदाहरण 5

किराना दुकान में एक लड़के से गुणा करने के लिए कहा गया – “ $35 \times 3$ ” (रु. 35.00 प्रति किलोग्राम की दर से 3 किग्रा. वाशिंग पाउडर की कीमत।)

कागज़ पर वह “ $35 \times 3$ ” लिखता है और कहता है : “तीन पंजे पंद्रह, हासिल लगा एक; तीन और एक हुए चार, तीन चौंके बारह।” इस तरह उत्तर लिखा गया 125।

मौखिक विधि से वह इस तरह हल करता है : “पैंतीस और पैंतीस हुए सत्तर; उसमें जोड़े तीस, अब हुए सौ, .... एक सौ पाँच।”

### ढेरियाँ बनाकर गणना सुविधाजनक

लिखित गणित में भाग के सवाल को हल करने के लिए जो तरीके इस्तेमाल किए जाते हैं, उन्हें सीखना और याद रखना अधिकांश लोगों के लिए मुश्किल है। रोज़मर्रा के लेन-देन में भाग करने का यह तरीका इस्तेमाल नहीं होता। लिखित तरीके में लम्बी क्रियाएँ चलती हैं और उनका अपना कोई मतलब नहीं होता। जैसे –  $(180/3)$  के लिए पहले ढेरियाँ बनाई  $50+50+50$  इसके बाद फिर बाँटे  $10+10+10$ , हर ढेरी में हो गए  $50+10 = 60$ ) उदाहरण 4 में जैसे भाग देने के लिए दो बार 2 से भाग दिया गया था – ऐसा भी एक तरीका है। जैसे 15 से यदि भाग देना है तो पहले 5 से देंगे और फिर 3 से।

ढेरियाँ बनाने की विधि का मौखिक गणित में प्रयोग गुणा और भाग दोनों के लिए किया जाता है। यानी गुणा करना है, तो बार-बार जोड़ना ही है और भाग करना है तो बार-बार घटाना है। गणना करना लोगों के लिए सुविधाजनक होता है। ढेरियों की गणना में उंगलियों या पत्थर आदि की मदद भी ली जाती है। यह तरीका बड़ी संख्याओं में मुश्किल हो जाता है क्योंकि कई चरणों को याद रखना संभव नहीं होता।

### ब्राज़ील में सब्जी बेचने वालों का एक अध्ययन

#### “स्कूली” और “बाज़ारी गणित”

हम देख चुके हैं कि एक ही व्यक्ति लिखित या मौखिक प्रश्नों को हल करते समय अलग-अलग विधियों का प्रयोग करता है। ब्राज़ील के एक छोटे से

ब्राज़ील में 1982 में एक सघन अध्ययन किया गया। यह अध्ययन 9-15 साल की उम्र वाले उन पाँच बच्चों के साथ किया गया जो स्कूल जाते थे और गली के बाज़ार में सब्जी बेचने का काम भी करते थे। अध्ययन करने वाले कुछ लोग खरीददार बनकर उन बच्चों के पास सब्जी खरीदने गए। उन्होंने इस बात का तुलनात्मक अध्ययन किया कि बाज़ार में "अनौपचारिक" तरीके से लेन-देन का हिसाब वे कैसे रखते हैं और फिर बाद में घर पर "औपचारिक" ढंग से कैसे करते हैं। बाद में "औपचारिक" तौर पर उन्हें घर पर कागज़ और पेंसिल से स्कूली प्रश्नों को हल करने के लिए दिया गया। "औपचारिक" परीक्षा में दो तरह के प्रश्न थे – एक, "शुद्ध गणना" जिनमें असली वस्तुओं और दानों को रखा गया था; जैसे – "एक नारियल की कीमत 35 क्रूज़ेरो

(ब्राज़ील की मुद्रा का नाम) है, तो 10 नारियलों की कितनी होगी?" जिन सवालों का जवाब सब्जी बेचते समय "अनौपचारिक" तरीके से उन्होंने सही निकाल लिया था, उन्हीं सव्वाओं के आधार पर लिखित "औपचारिक" सवाल बनाए गए थे।

हम जो उम्मीद करते हैं, परिणाम कुछ ऐसे ही निकले। बाज़ार में जो सवाल पूछे गए थे, उनका हल उन्होंने बहुत आसानी से कर लिया। "अनौपचारिक" परीक्षा में उन्होंने 98% उत्तर सही दिए, जबकि "औपचारिक" टेस्ट में उन्होंने 74% इबारती सवाल सही किए और केवल 37%

लातिनी अमेरिकन परिवार का हेनरी कार्तिये-ब्रेसॉ (Henri Cartier-Bresson) द्वारा लिया गया फोटोग्राफ।



“शिक्षाविद् अक्सर यह मानते हैं कि इबारती सवाल शुद्ध गणना के सवालों से अधिक कठिन हैं, पर हम इस नतीजे पर पहुँचे कि यह धारणा सही नहीं है। इबारती सवाल तो बल्कि ज्यादा आसान लगे।”

शुद्ध गणना के सवाल ठीक किए। बाज़ार में उनके सामने जो टोस वस्तुएँ/सब्जियाँ थीं, यह ध्यान रहे कि उनके होने से गणना में कोई मदद नहीं मिली थी। वे तो उनके अपने “अनौपचारिक” तरीके थे जिनसे हिसाब करना आसान हो गया। उन्हीं के शब्दों में :

“शिक्षाविद् अक्सर यह मानते हैं कि “इबारती” सवाल शुद्ध गणना के सवालों से अधिक कठिन हैं, पर हम इस नतीजे पर पहुँचे कि यह धारणा सही नहीं है। इबारती सवाल तो बल्कि ज्यादा आसान लगे। इस बात पर सवाल उठते हैं कि यह कहाँ तक सही है कि स्कूल में बच्चों को पहले निरी संख्याओं में जोड़-घटाना आदि कराया जाए और सालों बाद ही उनकी व्यावहारिक स्थितियों से उन्हें जोड़ा जाए।”

(कैरहर, कैरहर और शालीमान (1985) “मैथमेटिक्स इन द स्ट्रीट्स एंड इन स्कूल”: ब्रिटिश जर्नल ऑफ डेवलपमेंटल साइकॉलॉजी, भाग 3, पृ० 21-29 से साभार)

यदि हम ध्यान से देखें, तो इस तरह के उदाहरण हमारे चारों तरफ मिल जाएंगे। प्रौढ़ों को पढ़ाते समय यह और भी महत्वपूर्ण है कि “इबारती” सवाल वास्तविक जीवन के संदर्भ से जुड़े हुए हों। जब प्रश्नों को लिखित रूप में हल करने के लिए कहा जाता है, तो वे अक्सर गलतियाँ करते हैं। इसका कारण यह है कि लिखित गणित के तरीकों में न तो संदर्भ सीधा-सीधा झलकता है और न ही संख्याओं का कोई अर्थ बनता है। इस मुद्दे पर हम थोड़ा और प्रकाश डालेंगे।



लोग आज भी परम्परागत तरीके से लम्बाई नापते हैं (जैसा यहाँ कपड़े की लम्बाई नापते दिखाया गया है।) फोटो : पी.के. आगरा

## अर्थ से जुड़े मौखिक तरीके

**रु०** 4.25 और रु० 2.90 की रकम को यदि लिखकर जोड़ना है, तो दशमलव बिन्दु का ध्यान किए बिना हम अंकों को जोड़ना शुरू कर सकते हैं। अंकों को यदि एक दूसरे के नीचे हम ठीक से लिखते हैं, तो फिर दशमलव हो या न हो, जोड़ने का तरीका वही रहता है। हमें सीधे-साधे रु० 7.15 जवाब में मिल जाता है। जब हमें मौखिक रूप से “चार रुपये पच्चीस पैसे” में “दो रुपये नब्बे पैसे” जोड़ने होते हैं, तो रुपयों को पैसों में बदलना पड़ता है और

इस बात का ध्यान रखना पड़ता है कि "सौ पैसों का एक रुपया" होता है। मौखिक तरीके से हम अर्थ के नज़दीक रहते हैं और बिना सोचे बंधे-बंधाए नियमों का पालन नहीं करते।

इसके विपरीत गणित के लिखित तरीकों में केवल नियमों का जानना ज़रूरी होता है। लिखित तरीकों में दशमलव बिंदु का प्रयोग करने में लाभ यह है कि प्रयोगकर्ता को यह जानना ज़रूरी नहीं है कि दशमलव बिन्दु के बाद राशियों में क्या परिवर्तन होते हैं। नियम एक-सा होता है और सभी मामलों में उत्तर प्राप्त करने के लिए

उसका उपयोग किया जा सकता है -

चाहे रुपये हों, मीटर हो  
या अन्य कोई पैमाना।

उदाहरण के लिए, लिखित  
गणित में 2.5 मी० में

1.75 मी० जोड़कर सीधे तौर

पर 4.25 मी० आ जाता है, भले ही

इस बात की जानकारी न हो कि

मीटर और सेंटीमीटर

के बीच क्या संबंध है।

मौखिक गणित में हम "दो दशमलव

पाँच मीटर" जमा "एक दशमलव सात

पाँच मीटर" नहीं कहते, बल्कि यों कहते हैं -

"ढाई मीटर" में "पौने दो मीटर" जोड़ना है। लिखित

तरीके अनेक स्थितियों में समान रहते हैं, परंतु अर्थ से कुछ

हट जाते हैं। इसके विपरीत मौखिक तरीके स्थिति विशेष पर निर्भर करते हैं और अर्थ से जुड़े रहते हैं।

ढाई मीटर इसके लिए और  
पौने दो मीटर दूसरे के लिए,  
कुल सवा चार मीटर दे दी।



उदाहरण 3 में हमने यह देखा है कि लिखित तरीके के कारण अर्थ से दूर हो जाने में चंद्ररु को किस तरह की समस्या हुई। शिक्षाविदों के लिए यह चिंता का विषय रहा है। बहुत से अध्ययनों में पाया गया है कि लिखित सवालियों को सही ढंग से हल करने और बड़ी संख्याओं से जूझने पर भी अपने सही उत्तरों को खुद भी समझ नहीं पाते। "शैक्षिक प्रगति का राष्ट्रीय मूल्यांकन" (National Assessment of Educational Progress) नामक अध्ययन ने स्कूली छात्रों के व्यापक सैम्पल का विश्लेषण किया और यह पाया कि स्कूली गणित के तरीकों को यद्यपि उन्होंने सीख लिया था, लेकिन सवालियों



के जवाबों में अर्थ कहीं नहीं ढूँढ़ पा रहे थे। एक प्रश्न इस प्रकार था – “एक सैनिक बस में 36 जवान बैठ सकते हैं। यदि ट्रेनिंग कॉलिज में 1,128 जवानों को पहुँचाना हो, तो कितनी बसें लगेंगी?” 13 साल की उम्र वाले 45,000 छात्रों में से, 70% ने भाग देने की लम्बी प्रक्रिया को सही रूप में संपन्न किया। जब उनसे उत्तर बताने के लिए कहा गया, तब 13,000 से अधिक छात्रों ने (लगभग 30%) जवाब दिया: “कुल 31 और 12 शेष बसें।” अन्य 8,000 छात्रों ने (18%) अपना उत्तर “31” बताया।

(कार्पेटर, लिक्विस्ट, मैथ्यूज और सिल्वर (1983) के पेपर “तीसरे NAEP गणित मूल्यांकन का परिणाम” से साभार: *मैथेमेटिक्स टीचर*, भाग-76, पृ० 652-659 में प्रकाशित)

## किसान बनाम छात्र

### एक ब्राज़ीलियन अध्ययन

“अनौपचारिक” और “स्कूली गणित” में अंतर करने के लिए तथा यह जानने के लिए कि सरल सवालों को हल करते समय अर्थ किस प्रकार सुरक्षित रहता है या खो जाता है – ब्राज़ील में एक रोचक अध्ययन किया गया। 15 किसानों और कक्षा पाँच तथा कक्षा सात के 60 छात्रों का बारीकी से इंटरव्यू लिया गया और उसका विश्लेषण किया गया। अपने रोज़मर्रा के काम में किसान गणित का इस्तेमाल किस प्रकार करते हैं और वे आमतौर पर ज़मीन, दूरियों, आदि को किस तरह मापते हैं – इन बातों को समझकर ही प्रश्न बनाए गए। उनमें से यहाँ दो सवाल दिये हैं जिनमें दशमलव का प्रयोग किया गया है।

#### प्रश्न 1

एक किसान को एक गेट बनवाना था। उसे 7 मी० लम्बे तार में से गेट में फिट करने के लिए 1.5 मी० के टुकड़े काटने थे। उसे कितने टुकड़े मिलेंगे?

अपेक्षित उत्तर क्या-क्या हो सकते हैं – इस बात का अनुमान लगाया गया। इस मामले में अपेक्षित उत्तर 1 से 7 टुकड़े थे। यदि कोई टुकड़े नहीं किए होते, तो 1 टुकड़ा होता है, यदि वे दशमलव चिह्न को नजरअंदाज़ करते हैं, तो 7 मी० को एक-एक मीटर के टुकड़ों में काटेंगे और इस तरह 7 टुकड़े बनेंगे।

#### प्रश्न 2

मान लीजिए 60 मी० X 30 मी० माप का एक ज़मीन का टुकड़ा है। (सही

पेनाने से बनाया हुआ एक आयत का चित्र दिखाते हुए) इसमें चाय के पौधे लगाने हैं और पौधों के बीच की दूरी 4 मी० X 3 मी० रखी जानी है। इस प्लॉट में कितने पौधे लगाए जा सकेंगे?

परिणामों से यह पता चला है कि किसानों ने इस प्रश्न को हल करने में मौखिक गणित को महत्व दिया (हालाँकि उन्हें लिखना आता था), जबकि छात्रों ने लिखित विधि को अपनाया। प्रश्न 1 में 90% किसानों ने लगभग सही उत्तर दिए, जबकि पाँचवीं कक्षा के 60% छात्र ऐसा कर पाए। वस्तुतः छात्रों ने कुछ बहुत ही बेतुके जवाब दिए जो 0.4 से 413 टुकड़े तक थे। 7 को 1.5 से भाग देने पर ये उत्तर प्राप्त हुए थे। कारण यह था कि उन्हें दशमलव के चिहनों का ठीक प्रयोग करना नहीं आता था।

प्रश्न 2 के विश्लेषण से भी यह पता चला कि किसान उस प्रश्न के अर्थ से निरंतर जुड़े रहे और सही उत्तर से ज़्यादा दूर नहीं भटके। सवाल को पूरा हल करने वाले लगभग सभी किसानों ने सार्थक तरीकों का इस्तेमाल किया था जबकि केवल आधे ही छात्र ऐसा कर पाए। एक किसान ने जिस विधि से इस प्रश्न को हल किया, वह है –

“हर कतार में पन्द्रह पौधे लगाने हैं। क्योंकि प्रत्येक चार मीटर पर एक पौधा लगाना है, इसलिए दस पौधों को लगाने के लिए चालीस मीटर की आवश्यकता पड़ेगी। पौधे लगाने के लिए बीस मीटर अभी और बचे हैं। इसके लिए पाँच पौधों की और ज़रूरत पड़ेगी। चार का पाँच गुना बीस होता है। इस प्रकार प्रत्येक कतार में पन्द्रह पौधे लगेंगे।

अब चौड़ाई 30 मी० है। तीस को तीन से भाग देने पर दस आता है, यानी दस कतारें। लम्बाई की तरफ पन्द्रह कतारें और चौड़ाई की तरफ दस कतारें बनेंगी। ज़मीन में कुल पौधे हुए डेढ़ सौ। हाँ, सही है। यहाँ डेढ़ सौ पौधे ही लगेंगे।”

(नूनेस, शलीमान और कैराहर (Nunes, Schliemanq. and Carraher) द्वारा लिखित पुस्तक “स्ट्रीट मैथमेटिक्स एंड स्कूल मैथमेटिक्स” से साभार: कैंब्रिज यूनिवर्सिटी प्रेस, 1993)



## अध्याय 4

# स्थानीय ज्ञान और लोक गणित



एक विशाल वृक्ष  
उसमें हैं बारह शाखाएँ  
हर शाखा में हैं तीस पत्तियाँ  
उनमें से पन्द्रह हैं काली  
और पन्द्रह हैं सफेद – वे क्या हैं?

अप्पा के पैसे इतने कि उन्हें गिन न सकें  
अम्मा की साड़ी ऐसी कि तह न कर सकें  
वे क्या हैं?

(तमिल से अनुवाद)

युवकों की बुद्धि को चुनौती देने के लिए, शब्दों को लय और पद्य में पिरोकर पहेली का रूप देना, परम्परागत समाज का एक सशक्त शिक्षण माध्यम था जिससे रचनात्मक सोच और कल्पना शक्ति का विकास होता है।

समय, नक्षत्रों और आसमान के बारे में ये पीढ़ियों से चली आ रही मौखिक पहेलियाँ (तमिलनाडु से) यह दिखाती हैं कि वह समाज अपने वातावरण के प्रति जागरूक और संवेदनशील था। इससे यह भी प्रकट होता है कि मौखिक समाज अपने ज्ञान को पहेलियों के माध्यम से युवकों को कैसे पहुँचाता है। युवकों की दिमागी कसरत के लिए और उनकी बुद्धि को चुनौती देने के लिए, शब्दों को लय और पद्य में पिरोकर पहेली का रूप देना – यह परंपरागत समाज का एक सशक्त शिक्षण माध्यम था। इससे रचनात्मक सोच और कल्पना शक्ति का विकास होता है। इन पहेलियों में लय, गणित ज्ञान के



जलावा जीवन का दर्शन भी मिलता है। इसे विडंबना ही समझिए कि हम हमारे "शिक्षाविद्" अपनी सांस्कृतिक विरासत को भूल चुके हैं और हम इन व्याकथित देहाती "असाक्षरों" पर अपना बनाया हुआ पाठ्यक्रम लाद देते हैं। इन अपने क्षेत्रीय लोकोक्तियों/मुहावरों की परंपराओं और लोक विद्याओं की जानकारी नहीं है। हमारी यह भूल है कि हम इन प्रौढ़ शिक्षार्थियों को नास्तमझ बच्चों की तरह पढ़ाते जाते हैं।



इजीप्शियन कब्र से लाई गई इस पेंटिंग में "रस्सी खींचने वालों" को सर्वे करते हुए दिखाया गया है। मापन के अन्य तरीके भी चित्र में नीचे दिखाए गए हैं।

प्रौढ़ों के लिए बनी किसी भी प्राइमर को यदि हम सरसरी निगाह से देखें, तो यह पाते हैं कि कैलेंडर की जानकारी या समय का बोध हम कितने नीरस और मशीनी ढंग से कराते हैं। केवल गणितीय ढंग से समय को सालों, महीनों, दिनों, आदि में बाँट देते हैं। हमारी विविध सभ्यताओं में कैलेंडर का जो रूप विकसित हुआ है उसके ऐतिहासिक महत्त्व से हम बेखबर हैं। इससे भी विचित्र बात यह है कि हम यह मानकर चलते हैं कि ये लोकोक्तियाँ अवैज्ञानिक हैं और अपने आधुनिक वैज्ञानिक ज्ञान से उन्हें दूर रखते हैं। हम अपनी विद्या के विभिन्न पद्धतियों के बीच कोई संवाद स्थापित करने की कोशिश भी नहीं करते और इसी बात का रोना रोते रहते हैं कि "वे असाक्षर" हमारे गणित के मापदंडों को हासिल नहीं कर पा रहे हैं।

कुछ साल पहले, वर्तमान देहाती समाजों से गणित ज्ञान के प्रयोग की जानकारी लेने के लिए एक प्रयास किया गया। हममें से एक (L.S.S.) ने तनिलनाडु के सात गाँवों में एक गहन अध्ययन किया। ग्रामीणों के साथ

हम यह मानकर चलते हैं कि ये लोकोक्तियाँ "अवैज्ञानिक" हैं, और अपने आधुनिक वैज्ञानिक ज्ञान से उन्हें दूर रखते हैं। हम ज्ञान की विभिन्न पद्धतियों के बीच कोई संवाद स्थापित करने की कोशिश भी नहीं करते। बस, इसी बात का रोना रोते रहते हैं कि "वे" असाक्षर "हमारे" गणित के मापदंडों को हासिल नहीं कर पा रहे हैं।



अनुमान से चमड़े की गुणवत्ता और मूल्य का निर्धारण करते हुए।  
फोटो : पी.के. आगरा

समय की जानकारी लेने के लिए अब भी करीब आधे ग्रामवासी सूरज, चाँद और तारों की स्थितियों का प्रयोग करते हैं। चौथाई लोग समय का पता लगाने के लिये उपयोग करते हैं – मंदिर की घंटी, फ़ैक्ट्री का सायरन, स्कूल की घंटी, किसी विशेष ट्रेन की सीटी, आदि।

बातचीत, विस्तृत चर्चाओं, साक्षात्कारों से कई मुद्दे उजागर हुए – उनके गिनने, छाँटने, मापने, आदि के बारे में जानकारी मिली। इस अध्ययन से जो समझ बनी, उससे प्रौढ़ों के लिए पढ़ने-पढ़ाने के तरीकों में और सामग्री बनाने में मदद मिल सकती है। इस अध्याय को लिखने के पीछे यही मकसद रहा है और केवल “शुद्ध अकादमिक” तरीके से इस परंपरागत ज्ञान का उल्लेख करना हमारा उद्देश्य नहीं रहा है। इस मुद्दे पर हम चर्चा इसलिए कर रहे हैं ताकि TL और PL अभियानों में कार्यरत व्यक्ति इससे लाभ उठाएंगे और यह जानने की कोशिश करेंगे कि उनके इलाके में गणित के क्या-क्या व्यावहारिक तरीके हैं।

### समय बताना

समय की जानकारी लेने के लिए अब भी करीब आधे ग्रामवासी सूरज, चाँद और तारों की स्थितियों का प्रयोग करते हुए पाए गए। चौथाई लोग समय का पता मंदिर की घंटी, फ़ैक्ट्री के सायरन, स्कूल की घंटी, किसी विशेष ट्रेन की सीटी, डाक आने के समय, और बच्चों को मध्याह्न भोजन देने के समय से लगाते हैं।

करीब दस प्रतिशत लोग ऐसे थे जो प्राणियों की आदतों से, जैसे – भोर के समय या संध्याकाल में मुर्गे की बांक, पेड़ों से चहचहाते हुए पक्षियों के झुंडों के सुबह बाहर निकलने या शाम को उनके लौटने या दिन ढलने पर पशुओं के घर लौटने से, समय का अंदाजा लगाते हैं। दिनभर वन में चुगान करने के बाद मवेशी जब संध्या के समय एक साथ घर लौटते हैं, तो उनके आस-पास धूल उड़ती नजर आती है और इसी समय को हिंदी में “गोधूलि” शब्द से कवित्वमय रूप में व्यक्त किया गया है। यह शब्द केवल समय ही नहीं, हमारे ग्राम्य जीवन का जीवंत चित्र भी प्रस्तुत करता है।

लोगों से जब यह पूछा गया कि उन्हें दिन के समय की जानकारी कैसे होती है, तो उन्होंने अनेक रोचक तरीके बताए। इनमें से एक तरीका ऐसा था जिसमें तिनके की छाया को देखकर समय का अच्छा अनुमान लगाया जा

सजता है। इस पूरी प्रक्रिया का वर्णन एक व्यक्ति ने छोटी-सी कविता में किया है (तमिल से अनुवाद) –

जास का एक तिनका लें  
16 भागों में बाँट लें  
बाँडकर ऐसे पकड़ें  
कि खड़े हिस्से की छाया  
ठीक आड़े हिस्से के बराबर हो  
खड़े हिस्से के भाग गिनें  
पता लगाएँ –  
कितने "नाजिगई" बीत गए।  
(सूर्योदय या मध्याह्न से हिसाब लगाएँ।)

यह देखने लायक बात है कि इसी तथ्य को यदि लिखित या "वैज्ञानिक" भाषा में कहते तो वह शायद बहुत भारी पड़ता। लेकिन तमिल की इस कविता में बहुत मधुर ढंग से यह कहा गया है।

लगभग सोलह अंगुल लम्बा एक तिनका लिया, उसके सोलह बराबर हिस्से किए। पहले आधा, फिर आधा और इसी तरह आगे भी करते गए। इस तिनके को, जिसमें सोलह स्पष्ट दिखने वाले भाग बने हुए हैं, अंग्रेजी के अक्षर "L" के आकार में मोड़ा जाता है और ज़मीन पर टिका दिया जाता है – इस प्रकार कि खड़ा भाग सूरज की ओर रहे। खड़े वाले भाग की छाया अब ज़मीन पर लिटाए भाग पर पड़ती है। खड़े किए भाग की लम्बाई इतनी रखी जाती है कि उसकी छाया लिटाए हुए भाग के बराबर रहे। अतः जितने भाग खड़े किए हैं उनकी संख्या ही बताती है कि कितने "नाजिगई" (लगभग 24 मिनट के बराबर) बीत गए हैं – यदि पूर्वाह्न है, तो सूर्योदय के बाद की संख्या और यदि अपराह्न है तो दोपहर के बाद की संख्या।

समय की अवधियों को मापने के लिए लोग कई मुहावरों का प्रयोग करते हैं। जैसे "पलक-झपकना", या "चुटकी भर समय में", आदि। यह जानकारी अध्ययन के दौरान मिली। लम्बे समय में होने वाले कार्यों या घटनाओं के लिए लोग समय मापने की ज़रूरत नहीं समझते। देखा यह गया है कि लोग समय की अपेक्षा घटना को अधिक महत्व देते हैं। उदाहरण के लिए, खेती करने वाले लोगों के लिए इस बात का महत्व नहीं था कि बीज की बुआई कितने महीने पहले की गई थी। पौधों की बढ़त किसानों को बता देती है कि

लम्बे समय में होने वाले कार्यों या घटनाओं के लिए लोग समय मापने की ज़रूरत नहीं समझते। देखा यह गया है कि लोग समय की अपेक्षा घटना को अधिक महत्व देते हैं।

कब क्या करना है – सिंचाई कब करनी है, निराई-गुड़ाई का उपयुक्त समय क्या है, खाद कब डालनी चाहिए, फसल की कटाई कब करनी है, आदि। इसी तरह, वे अपनी उम्र सालों या महीनों में नहीं बताते बल्कि जन्म के समय की किसी घटना का उल्लेख करके वे अपनी उम्र का बोध करा देते हैं।

ज़्यादातर लोगों ने यह बताया कि हमारे घरों में पारंपरिक कैलेंडर हैं। उन्हीं के जरिए हम यह जानते हैं कि कौन सा त्यौहार कब पड़ेगा, कोई शुभ दिन या अशुभ दिन कब है, पूर्णिमा कब होगी, आदि। कुछ जन्मपत्री बनवाने के लिए, विवाह की तारीख तय कराने के लिए और वर्तमान वर्ष में बारिश की संभावनाओं का पता लगाने के लिए पंचांग का प्रयोग करते हैं।

## दिशाएँ

इस अध्ययन से एक विशिष्ट बात यह सामने आई है कि दक्षिण भारत के लोग आमतौर पर आठों दिशाओं की जानकारी रखते हैं (भारत के उत्तरी राज्यों में इसकी जानकारी शायद कम लोगों को है)। इसका संबंध यहाँ के रीति-रिवाजों से है जिसमें किसी विशेष संदर्भ में एक निश्चित वस्तु को निश्चित दिशा में रखे जाने की बात पूर्व निर्धारित होती है, जैसे – “गृह निर्माण में पहली ईंट किस दिशा में रखनी चाहिए।” पूर्व दिशा को बहुत शुभ माना जाता है – शायद इसलिए कि “जीवन देने वाला” देवता, सूर्य देव, इसी दिशा में दर्शन देता है। उत्तर-पूर्व दिशा किसी भी प्रकार के निर्माण के लिए शुभ मानी जाती है – यहाँ तक कि घर की पुताई के लिए भी। दक्षिण की दिशा को अशुभ मानते हैं, इसलिए पारिवारिक देवता का या परिवार के चूल्हे का मुँह कभी भी दक्षिण की ओर नहीं रखा जाता। जब किसी की मृत्यु होती है, तो यह समझा जाता है कि वह “दक्षिण की ओर” (तिरकु) चला गया है। मछुए, जिनका जीवन (और जीविका) हवाओं की दिशाओं पर ही निर्भर है – आठों दिशाओं में चलने वाली समुद्री धाराओं और बहने वाली हवाओं को अलग-अलग नाम से पुकारते हैं।

महिलाएँ नक्शे के मामले में कुछ संकोच करती हैं। उन्हें नक्शे पढ़ना और बनाना सिखाया जाए। तो उनके आत्मविश्वास में वृद्धि होगी और वे अपने आप इधर-उधर आ-जा सकने में समर्थ होंगी।

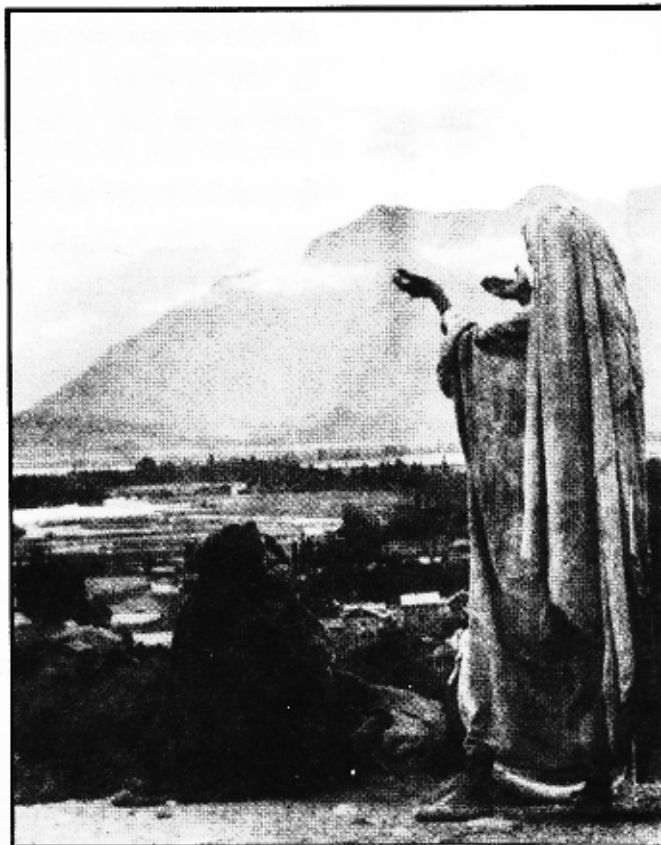
गाँव वालों को दिशाओं का ज्ञान होता है, इसलिए उनके दिमाग में अपने गाँव का एक काफी अच्छा नक्शा होता है। लेकिन उनके इस ज्ञान को अधिक दक्षतापूर्वक विकसित करने के लिए यह ज़रूरी है कि नक्शा बनाने और नक्शा पढ़ने के कई अभ्यास उन्हें कराए जाएँ।

कई कार्यक्रमों में गाँव का नक्शा बनाकर खुद गाँव के लोग विकास की योजना तैयार करते हैं, जैसे – “स्कूल मैपिंग”, “वाटर शेड मैनेजमेंट”, आदि प्रक्रियाओं में किया जाता है। इसलिए इन सब गतिविधियों के लिए और भी ज़रूरी है कि नक्शे की समझ सही तरीके से विकसित की जाए। यह भी पाया गया है कि महिलाएँ नक्शे के मामले में कुछ संकोच करती हैं। उन्हें नक्शे पढ़ना और बनाना सिखाया जा सकता है। इससे उनके आत्मविश्वास में वृद्धि होगी और वे अपने आप इधर-उधर आ-जा सकने में समर्थ होंगी।

## गिनना और छाँटना

मौखिक संस्कृति की प्रधानता वाले समाज में अंकों के प्रतीकों की अपेक्षा अंकों/संख्याओं का आमतौर पर प्रयोग किया जाता है। लोक जनश्रुति (folklore) पर उपलब्ध साहित्य और तमिलनाडु में हमारा अध्ययन यह दिखाता है कि अंकों के नामों को पारंपरिक तौर पर प्रचलित गीतों, खेलों, पहेलियों और कहानियों के माध्यम से बताया जाता है। इन रूपों में से अनेक अभी भी प्रयोग में लाए जाते हैं। बिना लिखाई के जटिल जानकारी को भी कविता में बाँधने से उसे याद रखना आसान हो जाता है। विशेष संदर्भों में अंकों के अपने अर्थ होते हैं और उनको ऐसी तुलना के लिए प्रयोग किया जाता है जो केवल व्यावहारिक ही नहीं बल्कि समाज की मान्यताओं और उनके जीवन-दर्शन का उद्घाटन भी करते हैं।

हाथी और मानव जीते हैं 100 साल  
गायों और भैंसों का जीवन है बस 20  
बकरा जीए 12 पर कुत्ता 15  
घोड़े के 32 पर भैंसे के 30



कश्मीरी महिलाएँ पूर्व की ओर मुँह करके, उगते सूर्य को सराहते हुए। हेनरी कार्टिय-ब्रेसों द्वारा लिये गये फोटोग्राफ से साभार।

विशेष संदर्भों में अंकों के अपने अर्थ होते हैं, और उनको ऐसी तुलना के लिए प्रयोग किया जाता है जो केवल व्यावहारिक ही नहीं, बल्कि समाज की मान्यताओं और उनके जीवन-दर्शन का उद्घाटन भी करते हैं।

और ऊँट का कुछ लंबा काल

वह जीए 73 साल।

(गणित की एक प्राचीन पुस्तक (कनकाधिकारम्) से ली गई कविता)

**बैलों** की जोड़ी और अपने खेत की जुताई करने वाले किसान से संबंधित एक सुंदर पहेली है जिसमें दोनों एकाकार हो गए हैं। यह अंकों के नामों और जोड़ करने का एक रोचक तरीका है –

तीन सिर

दस टाँगें

दो पूंछें

छह आँखें

दो हाथ

चार सींग

बूझो तो क्या है?

कतार में पाँच और खाली जगह चार। बोलो है क्या?

(हाथ की पाँच उंगलियाँ)

कुटुंब में भाई पाँच

बिना बड़े के आधार

बाकी चार

लगें लाचार

बताओ क्या है?

(अँगूठा और उंगलियाँ)



अनुमान से 50 की इकाईयों में पान के पत्तों को रखा गया है।

**यहाँ** केवल चीजों को ही नहीं गिनाया गया है, बल्कि मानव-विकास के एक महत्वपूर्ण पक्ष को दर्शाया गया है। अँगूठे का हर उंगली को छू पाना एक ऐसा विशेष गुण है जिस पर टिका मानव का विकास और औजारों से काम करने की क्षमता निर्भर है।

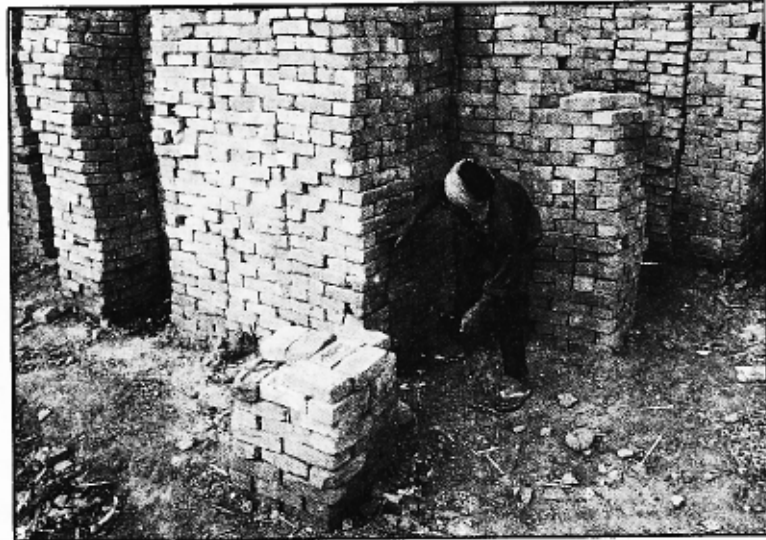
**आसानी** से और तेज़ी से गिनने के लिए कई तरह की गड़डियों/ गट्ठरों/समूहों का इस्तेमाल होता है जिससे कि लोग संख्या का अच्छा अनुमान लगा लेते हैं। कुछ तो प्राकृतिक गुच्छे होते हैं, जैसे केले, नारियल, आदि के, और कुछ गट्ठर लोग खुद बनाते हैं जिन्हें सिर या कंधे पर उठाया जा सके। इसी तरह केले के पत्ते, गोबर के उपले, आदि की गिनती हाथ

जी पौंच उंगलियों को फैलाकर की जाती है। पान के पत्ते या धान के पौधों की गड़्डियाँ इस तरह बनाई जाती हैं कि उनकी जितनी संख्या एक हाथ में समा जाए। पत्तियों, फलों के लिए अलग-अलग छेद वाले जाल, चाय के लिए खास आकार वाले टोकरे या बोरे इस्तेमाल किए जाते हैं। इन सभी तरीकों से सुविधा यह होती है कि वस्तुओं को एक-एक करके गिनना जरूरी नहीं होता, पर इकाई या पात्र को देखकर उसकी संख्या का अच्छा अनुमान हो जाता है।

बड़ी संख्याओं से जूझने के लिए बड़ी इकाइयों का भी उपयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए, निम्नलिखित स्थानीय पैमानों को देखें जिनकी हर इकाई में दशमिक संबंध है। (तमिल में हर इकाई का नाम भी साफ-साफ दिखाता है कि वह क्या है।)

1 मुट्ठीभर (पिडि) =	1 गॉट (मुडि) =	10 पौधे
10 मुट्ठीभर =	1 "शंखु" (कलसम्) =	100 पौधे
100 मुट्ठीभर =	1 गदठर (कट्टु) =	1000 पौधे

गणना के इन तरीकों का प्रयोग आए दिन की बात है। उदाहरण के लिए, बीड़ियों का बंच तर्जनी और अँगूठे को जोड़कर उसके बीच पकड़कर बनाते हैं ताकि हर बार 25 बीड़ियाँ ही एक बंच में हो - 3 बीच में, उसके बाहर घेरे में 8 और तीसरे घेरे में 14 बीड़ियाँ। इस प्रकार बंडल (कट्टु) में 25 बीड़ियाँ होंगी। ऐसे 40 बंडलों में 1,000 बीड़ियाँ होंगी।



**गिनती का हिसाब रखने की**

कई विधियाँ हैं और कुछ स्थानीय खेल इस बारे में महत्वपूर्ण जानकारी देते हैं। उदाहरण के लिए, इमली के बीजों से खेले जाने वाले खेल (अध्याय 7 में "बुनियादी अंकगणित तथा दैनिक जीवन में इसका उपयोग" के अंतर्गत कुछ विस्तार से बताया गया है) या कौड़ियों और कंकड़ों से खेले जाने वाले

250 ईंटों की इकाईयों में हजारों की संख्या को गिनते हुए।

फोटो : पी.के. आगरा

खेल यह बताते हैं कि गणना का हिसाब कैसे रखा जाता है। जीतने और हारने की उत्तेजना लोगों को खेल में व्यस्त रखती है और इससे जल्दी-जल्दी गिनने या जोड़ने-घटाने का भी अभ्यास होता है और उसमें रुचि भी बनी रहती है।

### अनुमान लगाना

गणना और घटाने का ज्यादातर काम किसी खास उत्पादन प्रक्रिया से जुड़ा रहता है। अपने काम से संबंधित सही आंकलन करने की योग्यता वे हासिल कर लेते हैं क्योंकि यह उनकी कार्य संबंधी ज़रूरत होती है। सभी मापनों का आधार अनुमान होता है। इस बारे में एक-सी राय होती है कि किस मापन के लिए कहीं किस इकाई का इस्तेमाल हो। हालाँकि अलग-अलग मौकों पर लोग अलग तरह की इकाइयों का इस्तेमाल करते हैं, लेकिन एक तरह की इकाई को दूसरे में बदलने की न तो उन्हें जानकारी होती है और न ही आवश्यकता। हममें से अधिकांश पर भी यही बात लागू होती है – हम भी व्यक्तियों की ऊँचाइयों का अनुमान आसानी से मीटर और सेंटीमीटर में नहीं कर पाते (हम फुट और इंच में ऊँचाई नापने के आदी हैं) जबकि कपड़ा और दूरियों को मापने में हम मानक मीट्रिक इकाइयों का प्रयोग करते हैं। व्यवहार में आने वाली विभिन्न प्रकार की इकाइयों में संबंध समझने से नव-साक्षरों की योग्यता और आत्मविश्वास में बढ़ोतरी होगी।

एक रोचक कविता में लम्बाई के अति सूक्ष्म से लेकर बहुत बड़े पैमाने का वर्णन है जिसमें जीवन-अनुभव और प्रचुर कल्पना झलकती है। हिंदी अनुवाद में कविता का मूलभाव नहीं आ पाया है। यह स्पष्ट है कि सूक्ष्म लंबाइयों के लिए यह पैमाना केवल सांकेतिक है। लेकिन बड़ी लंबाइयों के लिए यह अनुमान वास्तविक पैमानों के अधिक निकट है।

इसके अतिरिक्त, "कूपिडु दूरम्" नामक एक पैमाना है जिसका शाब्दिक अर्थ "पुकारने की दूरी" है और इससे यह संकेत मिलता है कि लोग पहले से ही यह जानते हैं कि आवाज केवल कुछ ही दूर पहुँच पाती है। स्कूली बच्चों के पढ़ाने वाले हम जैसों के लिए भी यह एक अच्छा सबक है कि इस प्रकार की वैज्ञानिक अवधारणाओं को सहज ही कविता के जरिए प्रस्तुत कर सकते हैं।



३ परमाणु	=	1 कण (सूर्य की रोशनी में दिखता कण)
३ कण (सूर्य की रोशनी में)	=	1 कण (कपास की धूल का)
३ कपास की धूल के कण	=	1 बाल की नोक
३ बाल की नोक	=	1 बालू का छोटा कण
३ बालू के कण	=	1 छोटा सरसों का बीज
३ छोटे सरसों के बीज	=	1 तिल का बीज
३ तिल के बीज	=	1 धान का बीज
३ धान के बीज	=	1 उंगली की चौड़ाई
12 अंगुली की चौड़ाई	=	1 बालियूत
2 बालियूत	=	1 हाथ
12 हाथ	=	1 छड़ी (कोल)
500 "छड़िया" (कोल)	=	1 "कुपिडु दूरम्" (पुकारने की दूरी)
4 "कुपिडु दूरम्"	=	1 "कादम" (करीब 1.2 किमी)
4 "कादम"	=	1 "योचनई"

## लम्बाई मापना

विभिन्न व्यवसायों में लगे हुए लोग तरह-तरह की वस्तुओं की लम्बाई जैसे, चटाइयाँ, रुई के गट्टर, रस्सी, आदि नापने के लिए अलग-अलग तरह के पैमानों का प्रयोग करते हैं। लम्बाई में सबसे पहले एक सही अनुमान लगाना और आस-पास की किसी परिचित वस्तु से उसका परिचय कराना होता है। तुलना करके एक ऐसा पैमाना चुन लिया जाता है जिसे समुदाय के सभी लोग जानते हों और इस्तेमाल करते हों। वास्तविक लम्बाई मापने और उसका आंकलन करने की प्रक्रिया बाद में शुरू होती है। इस प्रक्रिया के मोटे तौर पर चार चरण हैं जो इस प्रकार हैं:

### पहला चरण

लम्बाई/चौड़ाई/गहराई की पहचान – ऊँचा पेड़, नाटा व्यक्ति, लम्बी दूरी, कम बारिश, तालाब में कितना पानी, आदि।



फोटो : पी.के. आंगरा

### दूसरा चरण

#### परिचित वस्तु से तुलना

- पानी की गहराई बताने के लिए घाट की सीढ़ियाँ गिनना जो पानी में डूबी हों।
- कुएँ की रस्सी का भीगा हुआ भाग, तालाब में फेंके हुए पत्थर को नीचे पहुँचने तक में लगा समय, आदि।
- दूरी के लिए रास्ते में पड़ने वाले घरों की संख्या बताना।
- चूल्हे के मुँह का आकार (साइज) बताने के लिए उस पर रखे जाने वाले बर्तन का आकार बताया जाता है या यह भी कहा जाता है कि इतना बड़ा चूल्हा चाहिए जिसमें इतनी लकड़ियाँ आ सकें।
- बाजू और कमर की नाप के लिए अक्सर यह बताया जाता है कि अमुक साइज की चूड़ियाँ, कमर बँध, पेटीकोट, इत्यादि लगेगा।
- छलनी के छेद का अनुमान बताने के लिए यह कहा जाता है कि वह सरसों के बीज, अरहर की दाल, काली मिर्च, चने की दाल, आँख की पुतली जितना है।
- कितनी बारिश हुई, यह बताने के लिए अलग-अलग तरीके हैं, जैसे – झील या तालाब में पानी का स्तर; किसी बर्तन या ओखली में इकट्ठे हुए बारिश के पानी की ऊँचाई।
- जुताई के लिए ज़मीन की "गील" का अनुमान, आदि।

### तीसरा चरण

मापन के लिए पैमाने का चयन – आमतौर पर किसी खास छड़ी, रस्सी या शरीर के कुछ अंगों का इस्तेमाल किया जाता है।

### चौथा चरण

और अधिक शुद्ध मापन के लिए मानक पैमानों और उपकरणों की जरूरत महसूस होना। अंग्रेज़ी पैमाने (गज, फुट, इंच, मील, आदि) और मेट्रिक पैमाने (मीटर, किलोमीटर, आदि) दोनों ही पैमानों का साथ-साथ प्रयोग किया जाता है और लकड़ी का स्केल या नापने का टेप आम उपकरण होता है।

**आवश्यकता** के अनुसार कोई भी व्यक्ति या समूह मापन के किसी भी चरण पर हो सकता है। चरण 1 से चरण 4 पर जाने से ही पैमानों की अच्छी जानकारी नहीं हो जाती। अलग-अलग चरणों के अंतःसंबंध समझना और जरूरत पड़ने पर एक पैमाने से दूसरे पैमाने का आसानी से इस्तेमाल कर

माना आवश्यक है। गणित सिखाने में यह देख लिया जाए कि सभी शिक्षार्थी पैमाने के विकास की प्रक्रिया को समझ लें और जब ज़रूरी हो पारंपरिक पैमानों से मानक पैमानों पर आसानी से जा सकें। यह ज़रूरी है कि वे शिक्षार्थियों को इस तरह के अभ्यास कराएँ ताकि मापने के अलग चरण पहचान सकें। जैसे, मापे बिना केवल अनुमान लगाना, एक वस्तु की लम्बाई का परिचित वस्तु से तुलना करना, पारंपरिक पैमाने से मापन करना और अंततः ऐसा पैमाना चुनना जो सभी के लिए एक हो – गाँव में और गाँव के बाहर भी।

### धारिता और भार मापना

यह देखा गया है कि धारिता या मात्रा को मापने के लिए पैमाने, वज़न मापने के पैमानों की अपेक्षा अधिक प्रचलित हैं। कारण यह है कि धारिता मापना अधिक आसान है और इसके लिए तराजू-बाट जैसे उपकरणों की ज़रूरत नहीं होती। अनाज, खाद्यसामग्री, खाद, आदि को अधिकांशतः पारंपरिक इकाइयों में मापते हैं। आमतौर से मैट्रिक पैमानों का प्रयोग केवल दुकानों में किया जाता है। जब चावल या अनाज दुकान से खरीदकर घर लाते हैं, तो वे पारंपरिक बर्तन से पुष्टि करते हैं। लोगों के व्यवहार में आने वाले मापन पैमानों और अपने पारंपरिक बर्तनों के बीच संबंध मालूम होता है। छाछ या तस आदि के लिए खास तरह के बर्तनों का इस्तेमाल किया जाता है। महिलाएँ यह भी जानती हैं कि उनकी कलछी में दस चम्मच पानी आता है।



चित्र : एल.एस. सारस्वती

तमिलनाडु में इस्तेमाल किये जाने वाले माप : "नरक्का" (2 1/2 पडी), पडी और 1/2 पडी।

मात्रा मापने के लिए शारीरिक पैमानों का अभी भी व्यापक रूप से प्रयोग किया जा रहा है। जैसे चुटकी भर, मुट्ठी भर, आदि। इनकी चर्चा अध्याय 6 में "मापन" के अंतर्गत की गई है।

## भिन्न

अपने अध्ययनों के दौरान हमें एक रोचक बात यह देखने को मिली है कि दक्षिण के कई राज्यों में अब भी रोज़मर्रा की शब्दावली में तरह-तरह की पेचीदा भिन्नों का प्रयोग प्रचलित है। (लगता है कि इसका संबंध इस बात से भी है कि कर्नाटक संगीत में "मृदंगम" या "पखावज" जैसे ताल वाद्यों के बोलों में ताल की कई बारिकियाँ पायी जाती हैं। यानी ताल के एक चक्र को कई तरह के भिन्नों में बाँटकर बोल बनाए जाते हैं।)

तमिल और मलयालम में पाए जाने वाले कुछ भिन्न इस प्रकार हैं –

1/2	"अरा"
1/4	"काल"
(1/2) x 1/4	"अराईकाल"
3 x 1/4	"मुकाल" ("मूनकाल" चूँकि तीन को "मून" कहते हैं)
3/4 x 1/8	"मुकाल अराकाल"

इस तरह की भिन्नें उत्तरी राज्यों में प्रयोग में नहीं हैं। स्रोत व्यक्तियों के लिए यह उपयोगी होगा कि वे साक्षरता अभियानों के दौरान अपने क्षेत्रों में इस तरह की बारिकियों पर ध्यान दें और उन्हें नोट कर लें। किसी क्षेत्र की संस्कृति में यदि इस प्रकार की समृद्ध शब्दावली मौजूद हो, तो प्राइमरों में इनका हवाला अवश्य दिया जाए।

## कला संस्कृति और लोक गणित

सुप्रसिद्ध गणितज्ञ हर्मन वाइल ने लिखा है कि "इसका अनुमान लगाना ही मुश्किल है कि इन पैटर्नों में कितनी गहरी ज्यामितीय कल्पना और रचनात्मकता झलकती है। कला का अलंकरण एक ऐसा प्राचीन नमूना है जिसमें उच्च गणित के आधुनिक नियम भी निहित हैं।"

उच्च गणित के एक खास नियम के सिलसिले में ये पंक्तियाँ लिखी गई थीं। उस नियम को सरल रूप से समझा जा सकता है कि किसी भी सतह पर

एक तरह के अलग-अलग ज्यामितीय पैटर्न बनाए जा सकते हैं। यदि हम कर्शों, कपड़ों और दीवारों पर बने परंपरागत डिजाइनों को देखें, तो ऐसा लगता है कि कई सदियों पहले, विभिन्न संस्कृतियों के लोगों को इन सभी विभिन्न पैटर्नों की जानकारी थी।



पंच यूनान और चीन की प्रारंभिक सभ्यताओं के कर्श पर बने पैटर्नों के नमूने।

**मौरिट्स ऐशर** (1898-1972) एक सुप्रसिद्ध आर्टिस्ट हुए हैं। उनकी कला बहुत से गणितज्ञों के लिए प्रेरणा का स्रोत है। उन्होंने स्पेन में अलहमबरा नामक स्थान की दीवारों पर बने पैटर्नों का अध्ययन किया था। उन विशेष पैटर्नों के बारे में उन्होंने अपनी पुस्तक में लिखा है:

*“यह मेरे लिए प्रेरणा का स्रोत है। मैंने पहली बार देखा है कि किस तरह किसी सतह को एक आकृति के दोहराने से और बिना कोई जगह छोड़े, पूरी तरह भरा जा सकता है।”*

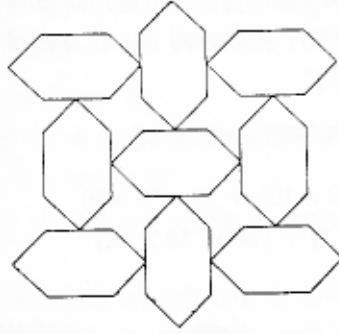
गणित की भाषा में इन पैटर्नों को “टेसलेशन” कहते हैं। इनकी खासियत यही है कि किसी भी सतह पर ये दोहराये जाने पर पूरी जगह घेरते हैं और बीच में कोई जगह छूटती नहीं है। यह तो जाहिर है कि हर आकृति टेसलेशन नहीं बन सकती। ऐशर ने अपनी कला के माध्यम से टेसलेशन के रूप में कई विचित्र आकृतियाँ रची थीं। इनके कुछ नमूने यहाँ चित्रों में दिए गए हैं। गणित का “टेसलेशन” शब्द शायद सुनने में कठिन लगता हो, पर व्यावहारिक रूप से ऐसे पैटर्न बनाना बहुत ही रुचिकर कार्य हो सकता है। नवसाक्षर लोग इन गतिविधियों को बहुत मजे से कर सकते हैं। लोगों से अपनी पसंद की टेसलेशन यानी जगह भरने के विशेष पैटर्न बनाने के लिए कहा जा सकता है। हमारे यहाँ सदियों से महिलाओं ने “कोलम” के हजारों पैटर्नों की खोज की है और वे इससे जुड़ा एक त्यौहार भी मनाती हैं। इसलिए हम क्यूँ न ऐसी

ज्यामितीय अध्ययन का एक उद्देश्य है कि हम ब्रह्माण्ड में नियमित व्यवस्था और पैटर्नों को पहचान सकें। लोगों से अपनी पसंद की “टेसलेशन”, यानी जगह भरने के विशेष पैटर्न, बनाने के लिए कहा जा सकता है।

आबनूस की लकड़ी से बने दरवाजे का एक नमूना यहाँ दिया गया है। फूल-पत्ती, सितारे और पक्षी आदि को ज्यामितीय पैटर्न के साथ हाथीदांत के जड़ाऊ काम से उभारा गया है। यह दरवाजा राजस्थान के आम्बेर महल का है (17वीं शताब्दी के आरंभिक काल का है)। इसमें यह ध्यान देने की बात है कि इसका पैटर्न भी "ट्रेसलेशन" के रूप में है, जो पूरी सतह पर बार-बार दोहराया जा सकता है।

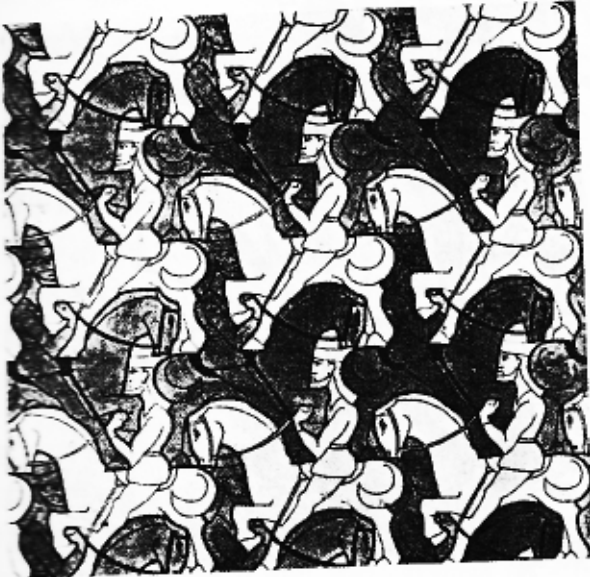


कई और समृद्ध गणित की गतिविधियों को अपने साक्षरता कार्यक्रम में जोड़ें। हम यह चाहते हैं कि हमारे साक्षरता या गणित अभियान इस बात के प्रति संवेदनशील हों कि कला और संस्कृति का लोगों की जिंदगी से कितना गहरा जुड़ाव है। हमारे संगीत, कला, कविता, खेलों से गणित का नजदीकी संबंध है। साथ ही हमारे तार्किक या गैर-तार्किक सोचने के तरीकों में भी गणित का ज्ञान छिपा है। हमें अपने खुले दिमाग से सीखने और सिखाने के लिए ऐसे रचनात्मक तरीके ढूँढने चाहिए जो इन कड़ियों पर आधारित हों।



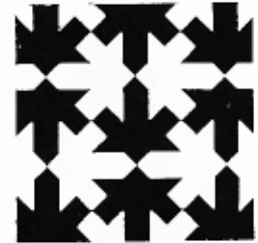
ताजमहल के एक फर्श की पट्टियों का पैटर्न।

हमारे यहाँ सदियों से असाक्षर महिलाओं ने 'कोलम' के हजारों, लाखों पैटर्नों की खोज की है और वे इससे जुड़ा एक त्यौहार भी मनाती हैं। इसीलिए हम क्यों न ऐसी कई और समृद्ध गणित की गतिविधियों को अपने साक्षरता कार्यक्रम में जोड़ें?



एन.सी. एशर द्वारा बनाया गया एक चित्र

ये इस तरह की आकृति के नमूने हैं जो देखने से न लगे कि सतह को पूरी तरह से भर सकती हैं, पर वास्तव में यह मजेदार "टेसलेशन" है।



## अध्याय 5

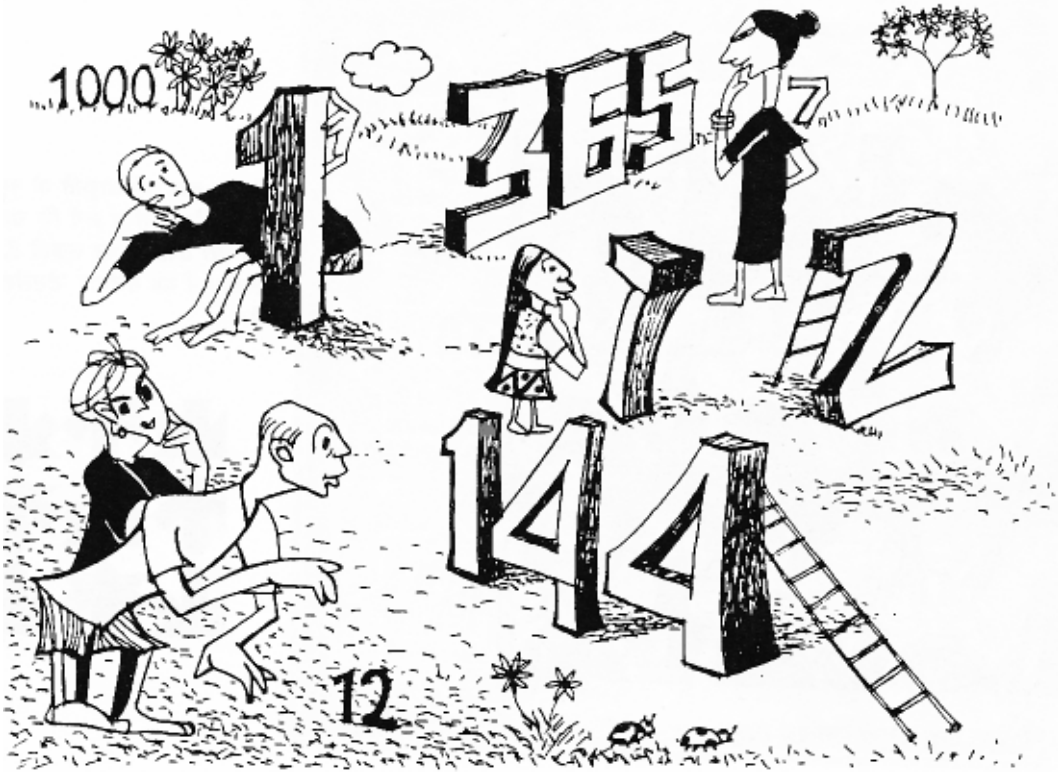
### अंकों का अर्थ

इंग्लैंड के एक अस्पताल में जब रामानुजम मृत्यु शैया पर पड़े हुए थे, प्रसिद्ध गणितज्ञ जी.एच. हार्डी नियमित रूप से उनसे मिलने के लिए जाते थे। एक दिन उनके कमरे में प्रवेश करते ही, बिना हाल-चाल पूछे हार्डी ने कहा – “मेरी टैक्सीकार का नम्बर 1729 था। मुझे यह नम्बर नीरस लगा।” इस पर रामानुजम ने उत्तर दिया – “नहीं हार्डी! ऐसा नहीं है। यह तो बहुत मजेदार नम्बर है। यह वह सबसे छोटा नम्बर है जिसको हम दो घनों के जोड़ में दो अलग तरीकों से लिख सकते हैं।”

(सी.पी.रनो, वराइटीज ऑफ मेन, मैकमिलन 1968 पृ. 32)

$$1729 = 10^3 + 9^3 = (10 \times 10 \times 10) + (9 \times 9 \times 9)$$

$$1729 = 1^3 + 12^3 = (1 \times 1 \times 1) + (12 \times 12 \times 12)$$





**पढ़ना-लिखना** सिखाने के दौरान हम सार्थक शब्दों के माध्यम से ही अक्षर ज्ञान कराते हैं। अंक ज्ञान में भी इसी तरह के तरीकों को अपनाना उपयोगी है। पर यह तो सोचें कि अंकों का "अर्थ" क्या है?

**शिक्षक** को अपने केन्द्र के लिए एक अंक डायरी बनाकर रखनी चाहिए। यह सूची अंकों की डाटाबेस डायरी होगी और अंकों के वे अर्थ उसमें दिए हुए होंगे जो कक्षा में चर्चा के दौरान उभर कर आते हैं। अक्सर शिक्षार्थी यह सोचते हैं कि अंकों से उनका कोई लेना-देना नहीं है। इसलिए, वॉलेंटियर को चाहिए कि वह अपने से संबंधित कोई ऐसा वाक्य बोलें जिसमें संख्या का जिक्र हो, जैसे -

"मेरा वजन 50 कि.ग्रा. है"  
 "मेरे चाचा के पैर में केवल 9 उंगलियाँ हैं।"  
 "मेरे परिवार में 7 सदस्य हैं"  
 "शहर पहुँचने के लिए मुझे 11 कि.मी. चलना पड़ा"

इसके बाद शिक्षार्थियों को इसी तरह से आगे बढ़ने के लिए प्रोत्साहित किया जाता है। हर व्यक्ति से अपेक्षा की जाती है कि वह अपने से जुड़ा कोई "संख्या वाक्य" बनाएँ। इस तरह के सवाल पूछकर वॉलेंटियर कुछ सुझाव देते हैं -

आपके घर में व्यक्तियों की संख्या?  
 आपकी आयु?  
 आपने कितनी फिल्में देखीं?  
 दस रुपए में आप कितने आम खरीद सकते हैं?  
 शहर में से तक जाने वाली बस का नम्बर क्या है?  
 आपने जो गेहूँ खरीदा, उसके एक किलो की कीमत?  
 आपके लहंगे पर सितारों की संख्या?  
 आप रोज कितने बाल्टी पानी का इस्तेमाल करती हैं?  
 आपके गाँव में पेड़ों की संख्या?

पढ़ना-लिखना सिखाने के दौरान हम सार्थक शब्दों के माध्यम से ही अक्षरों का परिचय कराते हैं। अंक ज्ञान में भी इसी तरह के तरीकों को अपनाना उपयोगी है। पर यह तो सोचें कि अंकों का "अर्थ" क्या है?



आपके लहंगे पर कितने सितारे ?

इन प्रश्नों के उत्तर अंकों में हैं। इन अंकों को और उनके अर्थों को अंक डायरी में दर्ज किया जाना चाहिए। ये अर्थों से जुड़े हुए ऐसे अंक होंगे जो शिक्षक और शिक्षार्थी के मस्तिष्क में घर कर जाते हैं, और यदि सब में नहीं, तो अधिकांश अभ्यासों में इन्हीं अंकों/संख्याओं का ही प्रयोग किया जाना चाहिए। उद्देश्य यह है कि बाद में जब शिक्षार्थियों को जोड़ या गुणा के

सवाल हल करने को दिए जाएंगे, और वे कहीं उलझन में पड़ जाते हैं, तो डायरी में दर्ज किए गए अर्थों के संदर्भ में उन्हें शीघ्र ही समझाया जा सकता है। इसके साथ ही, शिक्षार्थी इस तथ्य से भी परिचित होगा कि रोज़मर्रा के जीवन में किस प्रकार उसे तरह-तरह की संख्याओं का सामना करना पड़ता है। चाहे क्रम से गिनती न भी आती हो और चाहे किसी संख्या की अमूर्त समझ उसे न भी हो, पर किसी संदर्भ में उसका अहसास उसे ज़रूर होता है, जैसे – 100 क्या है, शायद वह न समझ सके पर 100 फल या 100 आम वह अच्छी तरह जानती है।

इस तरह के अभ्यास कराने का एक दूसरा तरीका भी है। शिक्षक कोई संख्या बोले और शिक्षार्थी उस संख्या से जुड़ी वस्तु का नाम बोले जो उसके दिमाग में आती है। जैसे, शिक्षक कहे 100 और शिक्षार्थी इसके उत्तर में कहे "100 चमेली के फूल"। उसके बाद शिक्षक कहे "50" और इसके उत्तर में दूसरी शिक्षार्थी कहे "50 रुपये", इत्यादि।

इस तथ्य को जब सब लोग समझ जाएंगे, तब शिक्षार्थी किसी वस्तु का नाम संख्या सहित लेंगे। इस प्रक्रिया को इस प्रकार आगे बढ़ाया जा सकता है: "10 उंगलियाँ", "2 आँखें", "50 पैसे", "8 इमलियाँ", "15 प्याज", इत्यादि।

शिक्षार्थियों को इस बात के लिए प्रोत्साहित किया जाना चाहिए कि वे आपस में एक-दूसरे से उपर्युक्त प्रकार के प्रश्न पूछें, और जागरूक रहकर इस तरह की संख्याओं को टटोलते रहें, जिससे अगली कक्षा में उन्हें वे बता सकें। इस प्रक्रिया से कक्षा के लिए संख्याओं का डाटाबेस तैयार करने में मदद मिलेगी।

## बढ़ती संख्याएँ

संभव है कि शिक्षार्थी छोटी संख्याओं को ही रोज़मर्रा के जीवन के लिए उपयोगी समझे। बड़ी संख्याओं के बारे में सोचने के लिए भी उन्हें प्रोत्साहित किया जाना चाहिए जिससे उन्हें अंकगणित को सीखने के लिए प्रेरित किया जा सके और बाद में जिन संभावित संख्याओं का उन्हें प्रयोग करना पड़ेगा, उसके बारे में उन्हें सरसरी जानकारी भी मिल जाए। इस उद्देश्य से निम्न प्रकार के प्रश्न पूछे जा सकते हैं –

आम के पेड़ में एक साल में कितने फल लगते हैं?  
एक साल में कितने दिन होते हैं?

कितनी खास आम के पेड़ में कितने पत्ते हैं?  
 एक साल में आप कितनी चपातियाँ बनाती हैं? उनमें से आप  
 कितनी खुद खाती हैं?  
 आसमान में कितने तारे हैं?  
 आपके गाँव में कितने लोग रहते हैं?  
 आपके सिर में कितने बाल हैं?



“ 19 बाल ! ”

यहाँ यह महत्वपूर्ण है कि शिक्षार्थी इन प्रश्नों के उत्तरों का अनुमान लगाएँ।  
 ऐसे जवाबों को स्वीकार न किया जाए – “मुझे मालूम नहीं” या “पता नहीं”।  
 उद्देश्य यह नहीं है कि ऐसे प्रश्नों के बिलकुल सही उत्तर ही प्राप्त हों।  
 उद्देश्य तो यह है कि वे अनुमान से बताएँ कि उत्तर सैकड़ों में, हज़ारों में,  
 या दस हज़ार, इत्यादि में है। ये शब्द (जैसे हज़ार) शिक्षार्थियों के लिए  
 परिचित होते हैं और इस प्रकार की चर्चा कि नीम के पेड़ में पत्तों की संख्या  
 सैकड़ों में होगी या हज़ारों में – काफ़ी रोचक सिद्ध हो सकती है।

(अध्याय 7 और 8 में “बड़ी संख्याओं का अहसास” को भी देखें)

विभिन्न चर्चाओं से यह बात सामने आई है कि शिक्षार्थी यह समझते हैं कि  
 संख्या कितनी भी बड़ी हो सकती है हालाँकि उन संख्याओं को शायद शब्दों  
 में नहीं बता पाते। शिक्षार्थी बड़ी संख्याओं की कल्पना कर सकें, उसके लिए  
 ऐसा एक रोचक खेल खेला जाता है –

“जिस संख्या को तुम मुझे बताओगे, मैं उससे बड़ी संख्या तुम्हें बताऊँगा।” शुरु  
 में शायद वे छोटी बोली लगाएँ, जैसे – “40, इत्यादि”। वॉलेंटियर का जवाब  
 भी कुछ ऐसा ही बड़ा होगा। जब संख्याएँ हज़ारों तक पहुँचेंगी, शिक्षक फिर  
 बड़ी संख्याओं तक छल्लोंग लगाएँ। उदाहरण के लिए – जब शिक्षार्थी “5  
 हज़ार” कहे तब शिक्षक को “10 हज़ार” कहना चाहिए न कि “6 हज़ार”।  
 इससे शिक्षार्थियों को भी अहसास होता है कि संख्या को मात देने के लिए  
 केवल एक अंक अधिक ही काफ़ी होता है, परंतु छल्लोंग लगाते हुए हम मिनटों  
 में बड़ी से बड़ी संख्या तक पहुँच सकते हैं। और यह प्रक्रिया अनंत है। इस  
 खेल का उपयोग तभी है जबकि कम से कम आधी कक्षा “हज़ार”, “लाख”,  
 आदि शब्दों से परिचित हो। (उनके लिए यह जानना ज़रूरी नहीं है कि “सौ  
 हज़ार” का “एक लाख”, होता है, लेकिन उन्हें केवल यह जानना चाहिए कि  
 एक लाख की संख्या “एक हज़ार” से “बहुत बड़ी” होती है। बस इतनी ही  
 अपेक्षा है।)

बहुत छोटी संख्याओं का बोध कराने के लिए भी इसी तरह की प्रक्रिया का  
 प्रयोग किया जा सकता है। कागज़ को दो बराबर हिस्सों में मोड़ लीजिए,

उद्देश्य यह नहीं है कि  
 ऐसे प्रश्नों के बिलकुल  
 सही उत्तर ही प्राप्त हों।  
 उद्देश्य तो यह है कि वे  
 अनुमान से बताएँ कि  
 उत्तर सैकड़ों में, हज़ारों  
 में, या दस हज़ार में है।

एक गणितज्ञ, एक पेंटर और कवि की तरह, एक नमूनेकार होता है (जी.एच. हार्डी, "ए मैथमेटिशियन्ज़ अपोलोजी", केंब्रिज यूनिवर्सिटी प्रेस, 1969)

इसे फाड़ लीजिए, इन्हें आधा मोड़कर फिर फाड़ लीजिए और इस प्रक्रिया को तब तक दोहराते जाइए जब तक संभव हो। "आधे का आधा" फिर उसका आधा, यानी हुआ 16वाँ हिस्सा। इस खेल से सिर्फ इतना बताना है कि हर स्टेज पर प्राप्त हिस्से का कोई न कोई नाम है और इन नामों का कोई अंत नहीं होता। शायद यह प्रक्रिया कुछ समय में शिक्षार्थियों को बोझिल लगने लगे। शिक्षार्थियों को जब असुविधा होने लगे, तब इस प्रक्रिया को रोक देना बेहतर है।

## आकृतियाँ

नियम और पैटर्न पहचानना अपने आप में एक आवश्यक कौशल है। गणित की अभ्यास पुस्तिकाओं में ऐसे विविध अभ्यास होने चाहिए जो पैटर्नों और रूपों के प्रति शिक्षार्थियों में रुचि जागृत करें।



गणित की अभ्यास पुस्तिकाओं में ऐसे विविध अभ्यास होने चाहिए जो पैटर्नों और रूपों के प्रति शिक्षार्थियों में रुचि जागृत करें। इन्हें एक या दो अध्यायों में ही नहीं समेट देना चाहिए, बल्कि संपूर्ण पुस्तक में इसका समावेश होना चाहिए। गणित ज्ञान के ये आवश्यक अंग हैं और गणितीय क्रियाओं के लिए एक आधार तैयार करते हैं। किसी वस्तु/चित्र में आकृतियों की समरूपता पहचानना भी एक कौशल है और गणित या विज्ञान की यह बुनियाद है। (अध्याय 4 में 'कला, संस्कृति और गणित' को भी देखें)

कुछ अभ्यास इस प्रकार के हो सकते हैं –

### • समरूपता और भिन्नता –

शिक्षार्थियों से विभिन्न प्रकार की पत्तियाँ इकट्ठी करने के लिए कहा जाए। उनकी आकृतियों को कागज़ पर बनाने के लिए कहा जाए और समरूपता तथा भिन्नता पर चर्चा कराई जाए।

### • समूह बनाकर गिनना –

जो पैटर्न प्रस्तुत किए जाते हैं, उनसे शिक्षार्थियों को यह सुविधा होनी चाहिए कि वे उनके समूह बनाकर गणना कर सकें, जैसे – चित्र में यदि 5 आम और 4 आम दिखाए जाएँ (पहले चित्र में दूसरे चित्र से एक आम अधिक है), तो उन्हें एक ही निगाह में देख लेना सरल है। 15 और 14 की संख्या होने पर "एक निगाह" में गणना कर लेना मुश्किल काम है। और 50 तथा 49 की स्थिति में तो यह असंभव ही है। चीज़ें अगर यों ही इकट्ठी पड़ी हैं, तो उनकी संख्या का अनुमान लगाना मुश्किल होता है। लेकिन यदि निश्चित ढेरियों में पड़ी हों, तो उनकी गिनती की जा सकती है।

### • बेमेल को हटाना –

शिक्षार्थियों को चित्रों का एक क्रम दिया जाए और उनसे बेमेल चित्र को हटाने के लिए कहा जाए – इस मामले में कल्पना के लिए बहुत गुंजाइश है। मेल न खाने के कई कारण हो सकते हैं, जैसे – किस्म के आधार पर

अन्य उपकरण है, यह नहीं हैं), आकार के आधार पर (अन्य बड़े हैं, यह छोटा है), संख्या के आधार पर (अन्य से इसमें चार बिंदु अधिक हैं), रूप के आधार पर (अन्य गोल हैं, यह अंडाकार है), इत्यादि।

• सबसे बड़े और सबसे छोटे की पहिचान –

शिक्षार्थियों को चित्रों का एक क्रम दिया जाए, उनसे सबसे बड़े और सबसे छोटे, सबसे लम्बे और सबसे नाटे, सबसे मोटा और सबसे पतला, इत्यादि की पहिचान करने के लिए कहा जाए। उन्हें इस बात के लिए उत्साहित किया जाए कि वे उन चित्रों को उंगली आदि रखकर न बताएँ, बल्कि उनका क्रम बोलकर बताएँ ("तीसरा कबूतर सबसे बड़ा है और पाँचवा सबसे छोटा है," इत्यादि)।

• क्रम से छोटना –

दिए हुए चित्र में पैटर्न पहिचान कर किसी क्रम में उन्हें पुनः व्यवस्थित करना और उनको आकार, संख्या, समय, आदि के आधार पर रखना। उदाहरण के लिए – खेती में प्रयोग होने वाले उपकरणों के चित्र को उनके समयवार उपयोग के अनुसार क्रम में लगाया जा सकता है।

• क्रम का आगे बढ़ना –

चित्रों, रूपों, संख्याओं का क्रम देकर शिक्षार्थियों से कहा जाए कि वे क्रम को आगे बढ़ाएँ।

• टैनग्राम (चीन का एक खेल) –

यह चीनियों के मन बहलाव का एक प्राचीन साधन है। इसमें एक वर्ग में से कटे हुए सात टुकड़ों में से ही विभिन्न रूपों और आकृतियों की रचना की जाती है। (चित्र में देखिए)

• रंगोली या कोलम पैटर्न –

बहुत से शिक्षार्थी रंगोली या कोलम (दक्षिण भारत में ज़मीन पर बनाए जाने वाले पैटर्न) से परिचित होंगे। वे रंगोली के अलग-अलग पैटर्न बनाएँ और उनमें समरूपता पहचानकर आपस में चर्चा करें। उनसे किसी कोलम पैटर्न को बड़ा या छोटा करने के लिए भी कहा जाए और उनसे पुर्वानुमान लगवाया जाए कि नए डिज़ाइन बनाने में कितने बिन्दुओं की ज़रूरत पड़ेगी।

• काल्पनिक पैटर्न और आकृतियाँ –

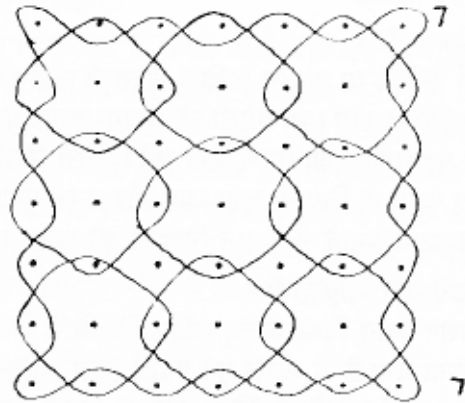
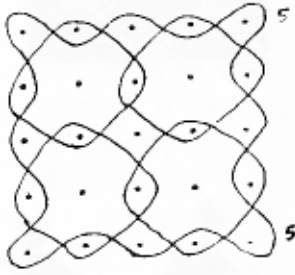
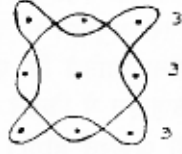
इस बात का विशेष ध्यान दिया जाना चाहिए कि चित्रों का जिस क्रम का ऊपर उल्लेख किया गया है, वे केवल मूर्त पदार्थ (फूल, पत्तियाँ, पक्षी, आदि) ही न हों, बल्कि काल्पनिक पैटर्न (बिन्दु, त्रिभुज, रेखाएँ, इत्यादि) भी हों।



शिक्षार्थियों को कोलम पैटर्न बनाने के लिए प्रेरित करना, कोलम पैटर्न को छोटा या बड़ा करना, और उनसे अनुमान भी लगवाया जाना चाहिये कि एक डिज़ाइन में कितने बिन्दुओं की ज़रूरत होगी।



## लोक-कला : कोलम



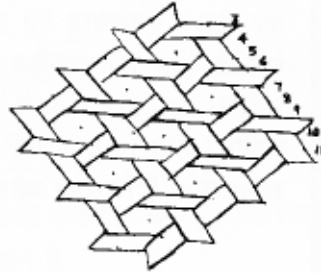
बिन्दुओं के चारों ओर बना एक कोलम, और बेसिक पैटर्न को बड़ा करने का अभ्यास।

तमिलनाडु की लोक कलाओं में "कोलम" सबसे प्रिय है। ऐसा विश्वास है कि यह कला 5,000 वर्ष पुरानी है। कोलम का चित्रण देवस्थान के फर्श पर या घर के मुख्य द्वार पर किया जाता है। डिज़ाइनों का चित्रण बहुत ही सहजता और तेजी से किया जाता है कि देखने वाले चकित रह जाएँ। कोलम बनाने में किसी उपकरण का प्रयोग नहीं किया जाता। रंगों के तौर पर चावल का आटे या स्फटिक पत्थर का चूरा लिया जाता है। इसलिए आमतौर पर यह सफ़ेद रंग का होता है। अँगूठे और तर्जनी के बीच में आटा लिया जाता है, और लाइनें खींचने से पहले बिन्दु बना लिए जाते हैं। बिन्दुओं को आधार बनाकर डिज़ाइनों का निर्माण किया जाता है। विशेष उत्सव पर प्राकृतिक रंगों का प्रयोग किया जाता है। ये रंग सूखे पाउडर के रूप में होते हैं और उस स्थान में पाई जाने वाली मिट्टी, पत्तियों, चारकोल, पौधों की जड़ों, पेड़ों की छालों, रंगीन मिट्टी, रंगीन पत्थरों से बनाएँ जाते हैं। ये डिज़ाइन पीढ़ी दर पीढ़ी चले आ रहे हैं और इन्हें ज्यादातर महिलाएँ बनाती हैं। छोटी लड़कियाँ बचपन से ही इन्हें अपने से बड़ी लड़कियों और महिलाओं द्वारा बनते सीख लेती हैं। मध्य दिसंबर से मध्य जनवरी के दौरान पूरे महीने घर के आगे के समस्त आँगन को प्रतिदिन नए कोलम डिज़ाइनों से सजाया जाता है। प्रातः ही आँगन को झाड़-बुहारकर और उसे गाय के गोबर से लीप-पोतकर वहाँ कोलम बनाया जाता है। इस पूरे महीने में

पास-पड़ोस की बहुत-सी महिलाएँ मिल जुलकर इन डिज़ाइनों को बनाती हैं। कई महिलाएँ तो इन डिज़ाइनों को देखने और इनको सीखने के लिए इकट्ठी हो जाती हैं। वे यह भी जानने की कोशिश करती हैं कि किस डिज़ाइन में कितने बिंदुओं का प्रयोग किया जाता है और लाइनों को जोड़ने की क्या पद्धति है। यानी, इस महीने में कला के रूप में कोलम ही मुख्य गतिविधि होती है। किसी उत्सव के अवसर पर, खास तौर पर मंदिरों से संबंधित, कई महिलाएँ मिलकर अलग-अलग कोनों से पैटर्न बनाना शुरू करती हैं जो अंत में उभरकर एक बड़ा - सा कोलम बन जाता है। इससे यह बात स्पष्ट होती है कि उन सबके मन में उस पूरे पैटर्न की समरूपता की छवि है।

मुख्यतः कोलम दो प्रकार के होते हैं - निरंतर चलने वाली एक ही रेखा से बने कोलम और कई रेखाओं के संयोग से बनने वाले कोलम। कुछ कोलम ऐसे होते हैं जिनमें बिंदुओं के चारों ओर रेखाएँ खींची जाती हैं और कुछ ऐसे होते हैं जिनमें बिंदुओं को रेखाओं से जोड़ा जाता है। बिंदुओं की संख्या को किसी अनुपात में बढ़ाकर छोटे डिज़ाइन को बड़ा भी किया जा सकता है। कोलम बनाने में गणित की कई क्रियाएँ निहित हैं और इसके माध्यम से कई दक्षताओं का अभ्यास कराया जा सकता है। जोड़ने, घटाने, भाग देने और गुणा करने की गणनाएँ उस समय संभव हो सकती हैं जब बिंदुओं और रेखाओं की कतारों को गिना जाता है। इसके अलावा किसी अनुपात को बरकरार रखते हुए, समरूपता और संतुलन में सामंजस्य स्थापित करने का भी अभ्यास इससे होता है। सीधे-सादे डिज़ाइनों को बड़ा करने में कई गणितीय योग्यताओं को इस कला के माध्यम से विकसित किया जा सकता है।

यह देखने लायक बात है कि एक कतार के पाँच बिंदुओं और पाँच बिंदुओं वाली पाँच कतारों की मदद से एक लाख विभिन्न प्रकार के डिज़ाइनों को बनाया जा सकता है। इस कला के द्वारा सर्जनात्मक अभिव्यक्ति के लिए बहुत संभावनाएँ हैं और आज भी इस कला के जीवित रहने का यही कारण है। हर कोलम डिज़ाइन का एक विशेष नाम होता है और उसी से उसकी पहचान होती है।



बिन्दुओं को जोड़ता हुआ एक कोलम

## क्रम में गिनना

“संख्याओं को पढ़ाने” के बजाए, शिक्षक को पहले यह देखना चाहिए कि शिक्षार्थी 100 तक गिन सकते हैं या नहीं। यदि शाब्दिक रूप से वे क्रम को जानते हैं, तो शिक्षक को यह जाँच भी कर लेनी चाहिए कि क्या वे संख्या शब्दों का अर्थ भी जानते हैं। यह हो सकता है कि शिक्षार्थी, “इकतालीस, बयालीस, से” गिन सके, लेकिन हो सकता है कि वह यह न बता पाए कि कि 43 और 52 में कौन-सी संख्या बड़ी है। ऐसी स्थिति में, संख्या-ढायरी को देखना ज़रूरी है और संदर्भ के साथ जोड़कर प्रश्न पूछा जाए – किस पेड़ में अधिक आम हैं, जिसमें तितालीस हैं या जिसमें बावन हैं?

## स्थानीय खेल

“चौपड़ खेलती महिलाएँ” –  
अठारहवीं शताब्दी की एक  
मुगल पेंटिंग।



भारत के हर क्षेत्र में ऐसे खेलों की बहुतायत है जिनमें क्रमवार गिनने की ज़रूरत पड़ती है। शिक्षार्थियों को ये खेल कक्षा में खेलने चाहिए। साँप-सीढ़ी का खेल एक उदाहरण है – जिस बोर्ड पर यह खेल खेला जाता है, उसका खाका शिक्षार्थी के लिए कई दृष्टियों से उपयोगी होगा। इसके अलावा, हर चाल में शिक्षार्थी गोटी फेंकता है और उसमें आई संख्या के अनुसार आगे बढ़ता है। इस क्रिया से गिनती सीखने में मदद मिलती है। जब सीढ़ी या साँप नजदीक होते हैं, तब शिक्षार्थी गोटी पर ऐसी संख्या के लिए दुआ करता है कि सीढ़ी आ जाए और साँप के मुँह से बच जाए। यह भी गणित का एक रोमांचक अभ्यास है।

इस तरह के उपयोगी खेलों में अन्य कई खेल शामिल किए जा सकते हैं। चौपड़, पांसे और मोहरे का खेल (तमिलनाडु का “पलंगुजी”), आदि कुछ ऐसे ही खेल हैं। स्थानीय खेलों का पता लगाना चाहिए और इस क्षेत्र में इनका उपयोग करना चाहिए। तमिलनाडु में एक लोकप्रिय खेल “बीज” खेला जाता है जिसका ब्योरा नीचे दिया जा रहा है:



### इमली के बीजों को फूँक से उड़ाना

इस खेल को दो या अधिक व्यक्ति खेल सकते हैं। इसे बच्चे भी खेल सकते हैं और प्रौढ़ भी। इस खेल को खेलने वाले व्यक्ति अधिक से अधिक बीज लेकर आते हैं और बीच में उनकी ढेरी लगा देते हैं। हर खेलने वाली इस ढेरी में तीन बार फूँक मारती है और बीजों को एक-एक करके इस जुगत से उठाती है कि साथ वाले बीजों को न तो छुएँ और न ही हिलाएँ। उठाते समय यदि पास वाला बीज हिल जाता है, तो खेलने वाली की बारी समाप्त हो जाती है। फूँक मारते समय मुँह ढेरी पर नहीं लगना चाहिए।



ढेरी पर फूँक मारते समय कोशिश यह की जाती है कि बीज अधिक से अधिक दूर बिखर जाए जिससे खेलने वाली को ज़्यादा से ज़्यादा बीज चुनने में सुविधा हो। इस तरह से इस खेल को खेलने और खेलते हुए देखने में आनंद आता है। बीजों की ढेरियों को गिनना, दूसरे खिलाड़ी द्वारा उठाए गए बीजों से तुलना करना, अगली बारी में और अधिक बीजों को बिखेरने के लिए उत्साहित होना – खेल के दौरान ये बातें देखने लायक होती हैं।

जिस मौसम में इमली के बीज बहुतायत में उपलब्ध होते हैं, उस समय घर-घर में इस खेल को खेलने के लिए लोग इकट्ठे हो जाते हैं। हालाँकि इस खेल को खेलने वालों में अधिक संख्या बच्चों की होती है, लेकिन वयस्क लोग भी इस खेल को खेलने में उतना ही आनंद लेते हैं।

### गिनती के अन्य अभ्यास

गिनती में प्रयोग होने वाले मूल चिह्न दस ही होते हैं, इसलिए शिक्षार्थियों को संख्याओं का लिखना सिखाना बहुत मुश्किल काम नहीं है। लेकिन, यह ध्यान देने वाली बात है कि शिक्षार्थियों को गिनती सिखाने में जल्दबाजी कतई नहीं करनी चाहिए। लिखना तभी आता है जब शिक्षार्थी मौखिक रूप से गिनती सीख ले।

शिक्षार्थी यदि निम्नलिखित क्रियाओं को संपन्न कर सकती है, तो शिक्षक आश्चर्य हो सकती है कि उसने (शिक्षार्थी) बेसिक गिनती कौशलों को अर्जित कर लिया है।

- यदि वह दिए गए बीजों (पत्थरों, कंकड़ों) की गिनती कर सके और यह बता सके कि वे कितने हैं।

हालाँकि 100 तक की संख्याओं में दो-अंकीय संख्याएँ शामिल हैं, परन्तु इस स्तर पर औपचारिक रूप से "स्थानीय मान" को समझने की ज़रूरत नहीं है। इसे बाद में देखा जा सकता है।

- आवश्यकता पड़ने पर, शिक्षार्थी यदि बीजों की दो अलग-अलग ढेरियों में बीजों की गिनती कर सके और यह बता सके कि किस ढेरी में अधिक बीज हैं।
- शिक्षार्थी यदि क्रम से संख्याओं को बोलकर बता सके।
- संख्याओं के सेट में से यदि शिक्षार्थी यह बता सके कि उनमें से सबसे छोटा या सबसे बड़ा कौन-सा है और बढ़ते क्रम या घटते क्रम में उनको जमा सके।
- यदि शिक्षार्थी संख्याओं के दिए हुए क्रम में खाली स्थानों को भर सके या उस क्रम को आगे बढ़ा सके।

हालाँकि 100 तक की संख्याओं में दो-अंकीय संख्याएँ शामिल हैं, इस स्तर पर औपचारिक रूप से स्थानीय मान (इकाई और दहाई) को समझने की ज़रूरत नहीं है – इसे बाद में देखा जा सकता है। अभी केवल व्यावहारिक रूप से वह यह समझ जाँ कि "21" और "12" में अंतर है।



साहल की डोरी से दीवार की खड़ी सीध नापते हुए। फोटो : पी.के. आंगरा

## अध्याय 6

### नाप-तौल



इस पैनल के ऊपर दो सूर्य, दो चंद्रमा और आधा सूर्य चित्रित है। इसके माध्यम से यह दर्शाया गया है कि इस यात्रा को संपन्न करने में दो दिन, दो रात और आधा दिन का समय लगा।

#### पारंपरिक इकाइयाँ

हमारे दैनिक जीवन में समय, लम्बाई, वजन और आयतन के मापन की आवश्यकता पड़ती रहती है। जिन लोगों ने आधुनिक शिक्षा प्राप्त की है, उनमें से अधिकांश इन मानक मापनों से परिचित हैं –

- समय : मिनट, घंटा, दिन
- लम्बाई : सेंटीमीटर, मीटर, किलोमीटर
- वजन : ग्राम, किलोग्राम
- आयतन : मिलीलीटर, लीटर

गज, पौंड और औंस जैसे ब्रिटिश पैमाने भी प्रयोग में हैं, लेकिन भारत में मानक पैमानों के तौर पर मेट्रिक प्रणाली का प्रचलन है।

जैसा कि पहले बताया गया है साक्षरता अभियान (TLCs) में प्रौढ़ों को गणित पढ़ाने का एक उद्देश्य यह भी है कि वे मेट्रिक प्रणाली से परिचित हो जाएँ। दूसरी ओर स्थिति यह है कि भारत के लोगों ने पारंपरिक रूप से मापन के कई तरीके अपना रखे हैं और भारतीय भाषाओं में मापन संबंधी पर्याप्त

सबसे पहले यह पता लगाया जाए कि शिक्षार्थी मापन के किन तरीकों और शब्दावली का इस्तेमाल कर रहे हैं। मापन से संबंधित चर्चाओं को उनके मौजूदा ज्ञान के सहारे ही आगे बढ़ाया जाना चाहिए।

शब्दावली का प्रचलन है। शिक्षार्थी के मौजूदा ज्ञान और दक्षता को पूर्ण रूप से नकारकर, प्रारंभ में ही मैट्रिक सिस्टम का शिक्षण शुरू कर देने का कोई औचित्य नहीं है, लेकिन TLCs में यही हो रहा है। इसलिए पहला सूत्र यही है कि पहले यह पता लगाया जाए कि शिक्षार्थी मापन के किन तरीकों और शब्दावली का इस्तेमाल कर रहे हैं। मापन से संबंधित चर्चाओं को उनके मौजूदा ज्ञान के सहारे ही आगे बढ़ाया जाना चाहिए।

पारंपरिक शब्दों को आधुनिक शब्दों की तरह ही मान्यता देना केवल अपेक्षित ही नहीं है बल्कि आवश्यक भी है। शिक्षार्थियों के मापन संबंधी मौजूदा ज्ञान के आधार पर ही उनमें यह उत्सुकता जगानी चाहिए कि मानक पैमानों का उनके रोजमर्रा के जीवन में क्या महत्व है और उनकी जानकारी हासिल करना क्यों जरूरी है। नए ज्ञान को अर्जित करने के लिए शिक्षार्थियों में जब तक इच्छा नहीं जागेगी, उन्हें मानक पैमानों का ज्ञान देना एक ऊपर से थोपी हुई बात सिद्ध होगी। उन्हें इस तथ्य से भी अवगत कराना होगा कि व्यापारिक लेन-देन में मैट्रिक इकाइयों का प्रयोग बढ़ता जा रहा है। यानी, अब तीसरा कदम हमारा यह होगा कि शिक्षार्थी का ध्यान दैनिक जीवन के उन स्थितियों की ओर दिलाया जाए जहाँ उन्हें "मीटर", "किलोग्राम", "लीटर" जैसे शब्दों से वास्ता पड़ा हो।



अगला सोपान यह होगा कि पारंपरिक इकाइयों को मानक इकाइयों में बदलने के लिए कोई तालिका उन्हें न दी जाए, बल्कि व्यवहारिक स्थितियों के उदाहरण देकर उन्हें दोनों में भेद बता दिया जाए। उदाहरण के लिए, तमिलनाडु में हमें इस तरह से शुरूआत करनी चाहिए : 6 गजम साड़ी (5 1/2 मीटर) और 2 अज़ाकु चावल (400 ग्राम चावल)। यहाँ यह ध्यान देना जरूरी

है कि इकाइयों में ये संबंध केवल लगभग बराबर है, लेकिन व्यावहारिक दृष्टि से पर्याप्त है।

इन विभिन्न स्थितियों से गुजरने के बाद, मैट्रिक इकाइयों पर चर्चा करने का आधार तैयार हो जाता है और अब हम इन इकाइयों की शब्दावली के शिक्षण का काम शुरू कर सकते हैं और उसका तर्क समझा सकते हैं। मैट्रिक सिस्टम की सबसे बड़ी विशेषता यह है कि इसमें सभी इकाइयाँ दस के गुणांकों में बढ़ती या घटती हैं और इस वजह से इसे समझना आसान है। इसे समझ लेने के बाद पारंपरिक इकाइयों और मैट्रिक इकाइयों की परिवर्तन तालिका को अच्छी तरह से समझा जा सकता है।

## नाप-तौल के अलग-अलग ढंग

मापन की पारंपरिक और आधुनिक इकाइयों की चर्चा के अलावा इस बात पर बल देना भी जरूरी है कि दैनिक जीवन में कोई एक-सी खास प्रणाली नहीं होती। रोजमर्रा के जीवन में हम मापन की मिली-जुली इकाइयों और विभिन्न तरीकों का इस्तेमाल करते हैं और उनसे हमारा काम सुविधापूर्वक चलता है। इस तरह के व्यवहार के हम कुछ उदाहरण नीचे दे रहे हैं।

(इस भाग में हम जानबूझकर तमिल और हिंदी दोनों ही की स्थानीय इकाइयों का इस्तेमाल कर रहे हैं। यदि कोई इन शब्दों का अर्थ न भी जाने, तब भी संदर्भ से आप पाएंगे कि अर्थ समझ में आ जाता है।)

### समय

मुर्गे के बाँग देते ही कला जाग गई। जल्दी से उसने अपनी घटाई समेटी और आँगन को बुहारने के

पाइप में पानी डालकर, पानी के स्तर से ऊँचाई को नापते हुए।

फोटो : पी.के. आगरा





लिए बाहर निकल गई। काफी जल्दी में उसने अपनी "कंजी" को गर्म किया। पानी जब उबलने को आया तो उसने उसमें "नोई" डालकर हिलाया। "कंजी" तैयार हो जाने पर चूल्हे से उतार कर रख दिया। उसे निकलने की जल्दी थी क्योंकि खेत पर जाकर दोपहर तक काम करना था। उसके पति को भी घर से जल्दी ही निकलना था जिससे बी.डी.ओ. के दफ़तर में वह समय पर पहुँच जाए। पिछली बार उसे आगाह किया गया था कि साहब उसका इंतजार नहीं करेंगे। क्या वह आज आठ बजे की बस पकड़ सकेंगे?

*लम्बाई*

**को**दनदम इतना लम्बा और पतला था कि जब वह चलता था, ऐसा दिखता था मानो वह बैसाखियों पर चल रहा हो। सीकों जैसी बाहें और लौकी जैसी टाँगें मानो चलता-फिरता कार्टून था। बेचने के लिए धोतियों को अपने सिर पर रखकर वह रोज़ कम से कम 3 गाँवों की फेरी लगाता था और इस आवाजाही में लगभग 20 कि.मी. पद यात्रा तो कर ही लेता था। अक्सर 8 मुगम वाली धोतियों की बजाय उसकी 4 मुगम वाली धोतियाँ अधिक बिकती थी। उसे यही अफसोस रहता कि आजकल लम्बी धोती पहनने वाले लोग कम होते जा रहे हैं और उसकी कमाई भी मारी जा रही है।

## भार और आयतन

**चार** बड़े प्याजों को मोटा-मोटा काट लीजिए। 2 करंडी तेल में उन्हें अच्छी तरह से भून लीजिए। प्याज डालने से पहले 2 चम्मच जीरा भून लें। प्याज लाल होने पर एक पाव कटे हुए टमाटर इसमें डाल दें और इसे अच्छी तरह भूनते रहें। जब मसाला चिपकने लगे, तो साफ़ किए हुए 2 अजाक चावल उसमें मिला दें और उसे अच्छी तरह चलाओ। तीन गिलास पानी डालकर बर्तन को अच्छी तरह से बन्द कर दें।

**इस** संदर्भ में विशेष बात यह है कि हर स्थिति में कोई न कोई उपयुक्त स्थानीय माप होता है। यह पैमाना केवल संदर्भ से ही जुड़ा नहीं होता, बल्कि एक पूरा माहौल बाँध देता है। सोचिए कि ऐसे ब्यौरे में यदि केवल मानक पैमाने ही इस्तेमाल किए जाते, तो कितने अटपटे लगते और समझना भी मुश्किल होता। प्राइमर में इस बात को दो तरह से उभारा जा सकता है –

- इस प्रकार के कई उदाहरण दिए जाएँ और इस्तेमाल किए गए अलग पैमानों की पहचान करवाई जाए।

स्थानीय पैमाना केवल संदर्भ से ही जुड़ा नहीं होता, बल्कि एक पूरा माहौल बाँध देता है जिससे आसानी से मापन की प्रक्रिया को समझा जा सके।

- दिए गए अंश में स्थानीय पैमानों की जगह मानक पैमानों का इस्तेमाल करके देखें कि कितना अटपटा लगता है।

## किस पैमाने का प्रयोग कब करे

कुछ अभ्यासों का निर्माण इस प्रकार किया जाए कि कक्षा में इस मुद्दे पर चर्चा चले कि किस स्थिति में कौन-सा मापन उपयुक्त होगा। इस प्रकार विभिन्न स्थितियों के आधार पर रोज़मर्रा के जीवन में काम आने वाले पैमानों की एक तालिका बना ली जाती है। उदाहरण के लिए, शिक्षार्थी खाने की विभिन्न वस्तुओं की सूची तैयार करते हैं, जैसे – चावल, नमक, दाल, आटा, चाय, दूध, मिट्टी का तेल, इमली, मिर्च का पाउडर, आदि। दूसरी सूची हो सकती है खेती के काम में इस्तेमाल होने वाली वस्तुएँ, जैसे – चारा, बीज, आदि। (अभ्यास को एक खेल के रूप में भी कर सकते हैं। चिटों पर इन चीजों के नाम लिखे जा सकते हैं। हर खिलाड़ी एक पर्ची उठाता है और फिर उससे जुड़े माप की नाम बोलता है।)

यहाँ आवश्यकता इस बात की है कि इन प्रश्नों पर चर्चा चलाई जाए;

- वे पैमाने कौन से हैं जिनका हम प्रयोग करते हैं और कहाँ-कहाँ ?
- आपस में उन सबका क्या संबंध है?

सभी तरह के नापने के अभ्यास इसी तरह से करवाए जाएं। (दी गई गतिविधियों में से अधिकांश को खेल के रूप में करवाया जा सकता है। शिक्षार्थियों को अपनी सुविधा के अनुसार पैमाने चुनने दिए जाएँ।) नीचे कुछ उदाहरण दिए जा रहे हैं :

## समय मापना

शिक्षार्थियों को कहा जाता है, कि ऐसी गतिविधियों की सूची बनाएँ जिनको करने में अलग-अलग समय अवधि लगती है।

- कुछ मिनटों में होने वाली क्रियाएँ  
अनुमान से बताएँ कि वे कौन-कौन सी क्रियाएँ हैं जो कुछ मिनटों में पूरी होती हैं। जैसे – दाँत साफ करना, स्नान करना, भोजन करना, इत्यादि। कुछ ऐसे उदाहरणों को भी लिया जा सकता है, “सूर्यास्त होने में लगा समय।” सूरज के पूरे घेरे को क्षितिज में डूब जाने में कितना समय लगता है?





“इस कार्य में तो मिनट लगते हैं, घंटे नहीं !”



समय कई बार काटे ही नहीं कटता, घंटा भी युग के समान लगता है और कई बार समय यूँ ही फुर्र हो जाता है। समय की यह अनुभूति इस बात पर निर्भर करती है कि हम किस प्रकार के काम में लगे हैं या हमारी मानसिक स्थिति कैसी है। भाषा और लोक साहित्य में ऐसे कई मुहावरे या अभिव्यक्तियाँ हैं जो इसी भाव को दर्शाती हैं।

#### • कुछ घंटों में होने वाली क्रियाएँ

अनुमान से बताएँ कि वे कौन-सी क्रियाएँ हैं जिनको होने में कुछ ही घंटे लगते हैं जैसे – इडली बनाने के घोल में खमीर आना, दही का जमना, मेथे सबसे लम्बी परछाईं को सबसे छोटी परछाईं बनने में लगा समय।

#### • कुछ दिनों में होने वाली क्रियाएँ

अनुमान से बताएँ कि वे कौन-सी क्रियाएँ हैं जो कुछ दिनों में पूरी होती हों, उदाहरण के लिए – कच्चे केले का पकना, घाव का भरना, चूजे का अंडे से बाहर निकलना, आदि।

सबसे पहले केवल क्रियाओं की अलग-अलग सूचियाँ बनाई जा सकती हैं और उसके बाद हर क्रिया में लगे समय का अनुमान भी लगाया जा सकता है। इसी तरह से, हम उन क्रियाओं के संपन्न होने में लगे समय का अनुमान लगा सकते हैं जिसमें हफ्ते, महीने, साल लगते हैं।

#### • एक गतिविधि में निहित कई समय चक्र

हम इडली खाने का उदाहरण लें। तो सोचें एक इडली की कहानी कहाँ से शुरू होती है। धान का उगना, उसकी कटाई, गोदाम में उसका भंडारण, भिगोना, पीसना, खमीर बनना, भाप में पकाना, खाना और पचाना – यहाँ हर क्रिया में समय का क्रम भिन्न है। कोई मिनटों की है तो कोई हफ्तों या महीनों, आदि की।

#### • पलक झपकने से युग तक

ऐसी दो क्रियाओं में लगे समय का अनुमान लगाइये जिनमें भारी अंतर है, जैसे पलों में घटने वाली और कई जीवन कालों तक चलने वाली क्रियाएँ।

#### • निश्चित अवधि की क्रियाएँ सोचना

कुछ ऐसे अभ्यास भी कराए जाएँ जिनमें निश्चित समय अवधि दी जाए (जैसे 5 से 10 मिनट या दस से पन्द्रह दिन) शिक्षार्थियों से कहें कि वे सोचें कि कौन-सी क्रियाएँ उस अवधि में पूरी होती हैं।

#### • समय की अनुभूति

शिक्षार्थी क्योंकि प्रौढ़ होते हैं, इसलिए वे तुलनात्मक समय पर चर्चा पसंद करेंगे। यह अनुभव की बात है कि समय कई बार काटे ही नहीं कटता, घंटा भी युग के समान लगता है और कई बार समय यों ही फुर्र हो जाता है। समय की यह अनुभूति कि वह बीत रहा है या तेज़ी से भाग रहा है, इस बात पर निर्भर करती है कि हम किस प्रकार के काम में लगे हैं या हमारी मानसिक



व्यक्ति कैसी है। भाषा और लोक साहित्य में ऐसे कई मुहावरे या अभिव्यक्तियाँ हैं जो इसी भाव को दर्शाती हैं। शिक्षार्थी इनकी सूची बना सकते हैं। इस उद्देश्य में हमने समय मापने को लेकर जिस तरह के अभ्यासों की चर्चा की है, उसी तरह लम्बाई, भार, आयतन, आदि नापने के अभ्यास बनाने होंगे और शिक्षार्थियों के साथ उन पर चर्चा करनी होगी।

## नापन में शरीर के अंग

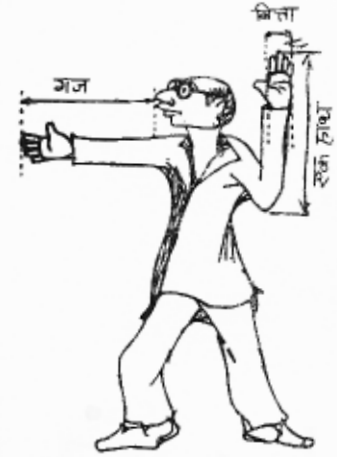
नापन में शारीरिक अंगों के उपयोग का अपना महत्व है। विशेष रूप से लम्बाई नापने के लिए अभ्यासों में इन इकाइयों का प्रयोग भी किया जा सकता है – अंगुल भर चौड़ा, उंगली भर लम्बा, बालिशत, हाथ, कदम, पांव, फैली हुई बाहों की लम्बाई (फैदम), इत्यादि। गहराई मापने के लिए लोग अधिकांशतः इन इकाइयों का प्रयोग करते हैं – घुटने तक गहरा, टखने तक गहरा, कमर तक, गले तक, सिर से ऊपर तक, इत्यादि। इनके अलावा, चटाई भर लम्बाई, धोती भर लम्बाई, मछली की लम्बाई, आदि इकाइयाँ भी प्रचलित हैं। मात्रा या आयतन के मापन के लिए भी इसी प्रकार की इकाइयों का प्रयोग प्रचलित है, जैसे – एक चुटकी भर, मुट्ठी भर, हाथ भर, दोनों हाथ भर, इत्यादि। पाँचों उंगलियों की मदद से उठाई गई मात्रा को दर्शाने के लिए तमिल में "सरंगई" कहते हैं और यह चुटकी भर (चिटिगई) से अलग है।

इस तरह से मापी जाने वाली कुछ चीजों के उदाहरण

- चुटकी भर : नमक, नसवार, जड़ी-बूटी, चूर्ण, इत्यादि।
- उंगलियों की मदद से उठाई गई मात्रा : सरसों के बीज, पिसी हल्दी, जीरे के बीज, आदि।
- मुट्ठी भर : आटा, दाल, मिठाइयों के लिए चीनी, मूंगफली, फूल, मिट्टी, आदि।
- हथेली भर : पूजा या किसी धार्मिक संस्कार के बाद अंजलि में प्रसाद ग्रहण करना, आदि।

## मिले जुले पैमाने

जिन विविध पैमानों का प्रयोग हम करते हैं, उनके बीच संबंध स्थापित करना जरूरी है। इसके लिए यह जानना जरूरी है कि किसी भी प्रणाली में (पारंपरिक हो या आधुनिक) छोटी इकाइयों और बड़ी इकाइयों में क्या संबंध



है और एक प्रणाली का दूसरी से क्या रिश्ता है। प्राइमरों में ऐसे गद्यांश रखने चाहिए जो पारंपरिक इकाइयों और मानक इकाइयों के बीच ऐसे संबंधों को बताएँ। ऐसे कुछ उदाहरण नीचे दिए जा रहे हैं, लेकिन स्थानीय इकाइयों के अनुसार, आप ऐसे अन्य उदाहरण भी बनाइए।



1. साढ़े छह बजे सूर्योदय हुआ और घाटी में लालिमा छा गई। उन्होंने जगकर हाथ-मुँह धोया। तैयार होने में और चल देने में उन्हें पैंतालीस मिनट का समय लगा। तलहटी में पहुँचने के लिए उन्हें 8 कि.मी. चलना पड़ा और एक कि.मी. चलने में उन्हें लगभग 10 मिनट लगे। दोपहर बाद गति में शिथिलता आ गई। चढ़ाई चढ़ते समय गर्मी काफी थी। यह मई का महीना था और रपटीली मिट्टी पर ऊपर चढ़ना उन्हें भारी पड़ रहा था। दस मिनट में मुश्किल से दस कदम ही रेंग पा रहे थे।
2. उसने अपने एक घर की कल्पना मन में संजोई थी। उस घर में उसे यूँ सिकुड़कर नहीं रहना पड़ेगा। उसकी छत होगी: इसकी लम्बाई कम से कम 3 मीटर और चौड़ाई 2 मीटर होगी। घर की सुन्दर डिजाइनदार जाली होगी, जमिला के घर में जिस तरह की जाली है – जिसके मोटे-मोटे 10 से.मी. के चौखाने हैं, उससे कहीं ज्यादा बारीक और सुंदर। दरवाजा चौड़ा होगा, और त्यौहारों के मौकों पर वह उसे चार हाथ लंबी फूलों की लड़ी से सजाएगी।
3. उसे पानी का टैंक साफ़ करना था। पानी के टैंक को उसने गौर से देखा और सोचा – काश, मेरी कुटिया भी इतनी बड़ी होती! उसमें मेरे जैसे दस आदमी एक कतार में लेट सकते और ऐसी पाँच कतारें उसमें बन सकती। टैंक साफ़ करने के लिए उसने करीब 30 लीटर पानी उलीचा होगा। वह सोचने लगा कि इस बिल्डिंग के 20 परिवारों में से प्रत्येक परिवार हर रोज़ कितना पानी इस्तेमाल करता होगा। उन्होंने कहा कि टैंक रोज़ खाली हो जाता है। उसके मन में एकाएक वह बिल्डिंग एक विशाल दैत्य के रूप में बदल गई और वह सोचने लगा कि यह राक्षस एक दिन में कितना पानी पी लेता है? भला मुझसे कितना गुना बड़ा होगा उसका शरीर?
4. उन्हें अभी यह निश्चय करना था – क्या हम पाँच किलो गोश्त खरीद सकते हैं? रमैया परिवार इस बात के लिए चर्चित था कि उसके सभी लोग काफी पेटू थे। लेकिन, उस परिवार में यदि अपनी बेटा देनी है तो फिर अब सोचने से क्या फायदा? खिलाना-पिलाना तो पड़ेगा ही।

उन्होंने 200 ग्राम खोया खरीदना तय किया जो केवल मेहमानों के लिए होगा। मिठाई के लिए 50 ग्राम बादाम काफी रहेंगे, लेकिन इन्हें न भी खरीदें तो भी चलेगा। "पायसम" बनाएँगे, जिसके लिए बस एक पाव खजूर का गुड़ खरीदना पड़ेगा।

इस स्तर पर, जानी-पहचानी पारंपरिक यूनिटों के मध्य संबंध दर्शाने के लिए कक्षा तालिकाएँ तैयार कर सकती हैं, जैसे – एक कदम = 3 फीट, 4 पाव = 1 सेर, इत्यादि। इससे मानक पैमानों की तालिका को समझने की उत्सुकता जगेगी, जैसे – 1 मीटर = 100 सेमी, जिनके प्रयोग की बात बाद में आएगी।

## मानक पैमाने

शिक्षार्थियों के साथ इस बात की चर्चा करना आवश्यक है कि विभिन्न रिथतियों में आंगिक पैमानों (body measures) के प्रयोग करने में क्या गुण और खामियाँ हैं। खासतौर से, शिक्षार्थियों के ध्यान में इस बात को लाना जरूरी है कि आंगिक पैमानों में लचीलापन होता है और मोटे तौर पर अंदाज लगाने में यह प्रणाली सुविधाजनक है। लेकिन, दूसरी ओर इसमें खामी यह है कि सही-सही मापन नहीं हो पाता और हर व्यक्ति के मापन में अंतर होने की वजह से लेन-देन में गड़बड़ियाँ पैदा हो सकती हैं। क्या कोई खरीददार या विक्रेता इस मात्रा से संतुष्ट हो सकता है – मुट्ठी भर इलायची, चुटकी भर सोना?

अब इस स्तर पर, मानक इकाइयों को क्रमपूर्वक सिखाना शुरू किया जाता है। समय, घड़ी के समय, और कैलेंडर की जानकारी प्राप्त की जाती है। इसकी जानकारी देने के लिए क्लास में एक गत्ते की घड़ी बनाई जा सकती है और चालू वर्ष का कैलेंडर तैयार किया जा सकता है। अन्य मापनों की जानकारी देने के लिए मानक पैमानों (रूलर, मीटर, टेप, किलो के बट्टे) को किसी से माँगकर क्लास में लाया जा सकता है।

यह एक आम बात है कि शिक्षार्थी अपने घरों में "घरेलू पैमानों" का प्रयोग करते हैं और इनकी चर्चा भी क्लास में की जानी चाहिए। उदाहरण के लिए – घर में कोई खास बर्तन भी एक नाप का काम कर देता है और घर में इस बात की जानकारी सबको रहती है कि एक लीटर दूध इस बर्तन में कहाँ तक आता है। जब कोई दुकानदार कम देता है, तो उस बारे में शिकायत की जाती

है। हम यह भी देखते हैं कि तौली गई चीजों को घर पर हम आयतन के हिसाब से मापते हैं। एक किलो चावल किसी बर्तन में कहीं तक भरता है। क्लास में शिक्षार्थियों का ध्यान इस ओर दिलाया जाना ज़रूरी है कि अलग-अलग तरह की एक ही वजन की वस्तुओं से वही बर्तन विभिन्न निशानों तक भरता है। एक ही बर्तन में यदि एक किलो चावल भरा जाए और एक किलो आटा भरा जाए, तो भराव-निशान अलग-अलग होंगे। इसे कक्षा में करके दिखाया जा सकता है।

#### अभ्यास

इस स्तर पर इस तरह के अभ्यास करवाना अपेक्षित है जिससे परंपरागत मापनों से मानक मापनों में आने में सुविधा हो।

“बाबरनामा” से सोलहवीं शताब्दी की एक मुगल पेंटिंग।



- शिक्षार्थियों से इनका आंकलन मानक इकाइयों में करवाया जाए – शिशु रोज़ कितना दूध पीता है, झोंपड़ी की ऊँचाई कितनी है, पोस्ट-कार्ड की लम्बाई-चौड़ाई क्या है, माचिस की डिब्बी का वजन कितना है, आदि।

• कक्षा में मानक इकाइयों में संख्या कही जाएँ और फिर शिक्षार्थी से पूछा जाए कि वह उसका संबंध किस बात से जोड़ता है, निम्नलिखित रूप से अभ्यासों की रचना की जा सकती है; “उषा ने 12 लीटर पानी का इस्तेमाल किया।” उसे इस पानी की ज़रूरत थी –

- पीने के लिए
- नहाने के लिए
- बाल्टीभर कपड़े धोने के लिए

इसी तरह, निम्नलिखित कथनों के साथ भी अभ्यास कराए जा सकते हैं –

“लता जमीन से 20 फुट की ऊँचाई पर बैठी हुई थी”। क्या वह :

- स्टूल पर बैठी हुई थी?
- अपनी झोंपड़ी का छप्पर ठीक कर रही थी?
- आम के ऊँचे पेड़ से आम तोड़ रही थी?

इस तरह के बहुत से विविध अभ्यासों की रचना ऐसे कथनों के माध्यम से भी कर सकते हैं : “रूही ने 2

मीटर कपड़ा खरीदा और ..... बनाया”, “उसमें ..... में 5 ग्राम चीनी मिलाई,” इत्यादि। अभ्यासों में रोचक विकल्प दिए जाने चाहिए, जिनका चयन शिक्षार्थियों द्वारा किया जाएगा।

- कक्षा में विभिन्न प्रकार की वस्तुओं को लेकर आइए और शिक्षार्थियों से उनकी लम्बाई, व. जन, आयतन, इत्यादि का अनुमान लगाने के लिए कहिए। आस-पास पाई जाने वाली ऐसी कोई भी वस्तु हो सकती है; जैसे – सब्जियाँ, पेन्सिलें, अंडे, पंख, पत्थर, पानी का गिलास, इत्यादि।
- इसी तरह, दो एक ही तरह की वस्तुएँ दिखाई जाएँ और शिक्षार्थियों से पूछा जाए कि इनमें से कौन-सी लम्बी है कौन-सी भारी है, किसकी मात्रा (आयतन) अधिक है, इत्यादि।
- शिक्षार्थी से यह बताने के लिए कहा जाए कि उसके परिवार का प्रत्येक सदस्य अपना कोई एक दिन कैसे बिताता है और उससे यह लिखने के लिए कहा जाए। इस विवरण से यह विश्लेषण किया जाए कि प्रत्येक व्यक्ति को फुरसत के लिए कितना समय मिलता है; अलग-अलग व्यक्ति एक ही काम के लिए किस प्रकार कम/अधिक समय व्यतीत करते हैं, आदि। दूसरी ओर, दिन का कोई समय बताया जाए और शिक्षार्थी से पूछा जाए कि उस समय पर उसके परिवार का हर सदस्य क्या कर रहा होता है। दोनों तरह से ली गई सूचनाओं में सहसंबंध बताइए।
- अपने परिवार के लिए हर सदस्य के लिए एक “समय रेखा” खींचिए। “समय रेखा” की शुरुआत व्यक्ति के जन्म से की जाए और उस रेखा पर व्यक्ति के जीवन की महत्वपूर्ण घटनाओं को चिह्नित किया जाए। घटनाओं के बीच के समय के बारे में शिक्षार्थी से प्रश्न पूछे जाएँ।
- मापन से युक्त पहेलियों वाले अभ्यास देना भी उपयोगी होगा (इस पुस्तक के भाग 2 को देखें)। इस तरह के पहेलियों की परंपरा भारत के सभी भागों में है, और यदि प्राइमरी में कुछ को शामिल कर लिया जाए, तो शिक्षार्थियों की अभिरुचि में वृद्धि होगी।

रोलंड और सबरीना मिशौड की पुस्तक “निरर ऑफ द ओरीएंट” से साभार।



उत्तर (वर्ष)

90

80

70

60

50

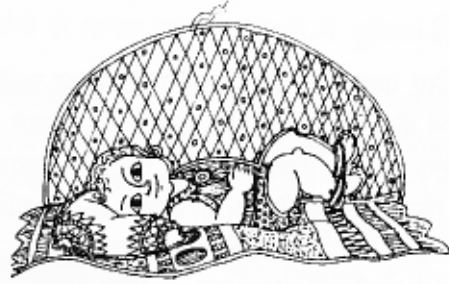
40

30

20

10

- अन्ततः मापन संबंधी पाठ्यक्रम के अंत में ऐसे अभ्यास रखे जाएँ जिससे शिक्षार्थियों को परंपरागत यूनिटों और मानक यूनिटों के बीच के औपचारिक संबंधों को समझने में मदद मिले। ऐसे भी अभ्यास हों जिनमें एक मीटर कपड़े को अपने हाथ से मापने के लिए कहा जाए जिससे यह पता चल सके कि एक मीटर में कितने हाथ होते हैं। और इन यूनिटों के लिए परिवर्तन तालिका बनवाई जाएँ।



### मेरी समय रेखा

मेरे जीवन की स्मरणीय घटनाएँ क्या हैं? जन्म के समय से यदि हम याद करना शुरू करें, तो सुखद-दुखद अनेक ऐसी घटनाएँ मन में उभर कर सामने आएँगी जिनका हमारे जीवन पर असर पड़ा है। इन्हें हम अपनी "जीवन रेखा" पर अंकित कर सकते हैं।

## अध्याय 7

# बुनियादी अंकगणित तथा दैनिक जीवन में इसका उपयोग



## जोड़ना तथा घटाना

### परिस्थितियाँ

सबसे मुख्य तथा महत्वपूर्ण कदम, रोजमर्रा के कामों में आने वाले जोड़/घटाव की परिस्थितियों की पहचान करना है। शिक्षार्थियों से यह पूछिए कि किन स्थितियों में जोड़ने की तथा किनमें घटाने की जरूरत होती है तथा उनसे यह भी जानिए कि जब ऐसी स्थिति आती है तो वे क्या करते हैं। इस बात की समझ होनी चाहिए कि कई शिक्षार्थी, ऐसी समस्याओं का हल अपनी ही तरकीबों से निकाल लेते हैं। अतः अंक ज्ञान की कक्षाएँ वस्तुतः ऐसे ज्ञान पर ही आधारित होनी चाहिए।

अजीब स्थिति तब सामने आती है जब लोग दुकानों में तरह-तरह की चीजें खरीदते हैं तथा उन सबकी कीमतें जोड़नी होती हैं। उदाहरण के लिए, कोई महिला 8 रुपये में एक किलो चावल तथा 4 रुपये में एक किलो चीनी खरीदती है। पहले उसे दोनों की कीमतें जोड़नी पड़ती है तब जाकर कहीं मालूम होता है कि 12 रुपये देने होंगे। अगर उसके पास एक दस रुपये का तथा एक पाँच रुपये का नोट है। दोनों को जोड़कर उसे पता चलता है कि उसके पास कुल 15 रुपये हैं और इन नोटों को देने पर दुकानदार उसे 3 रुपये लौटाएगा।

यहाँ यह बात ध्यान देने योग्य है कि ऊपर दी गई परिस्थिति में जोड़ तथा घटाव, दोनों ही लागू होता है। रोजमर्रा की जिंदगी में भी अक्सर ऐसा ही होता है। अतः अंक गणित की कक्षाओं में जोड़ तथा घटाव के अभ्यास

अंक गणित की कक्षाओं में जोड़ तथा घटाव के अभ्यास अलग-अलग कराने से इनका शिक्षार्थियों के दैनिक जीवन में उपयोग नहीं हो पाता है।

अलग-अलग कराने से इनका शिक्षार्थियों के दैनिक जीवन में उपयोग नहीं हो पाता है।

ऐसी कुछ और जानी-मानी स्थितियाँ –

• मजदूरी को जोड़ना –

एक ही व्यक्ति की एक हफ़्ते या कई लोगों की एक दिन की मजदूरी आदि।

• समय को जोड़ना –

उदाहरण के लिए, दवा की एक-एक खुराक हर 4 घंटे में दी जानी है। अगर आपने पहली खुराक सुबह 9-30 बजे ली हो तो अगली खुराक कब लेनी होगी।

• लम्बाई को जोड़ना –

दीपावली के लिए नए कपड़े खरीदे जा रहे हैं। आमतौर पर परिवार के सभी बच्चों के लिए एक जैसा कपड़ा खरीदा जाता है। अनुमान लगाएँ कि प्रत्येक बच्चे पर कितना मीटर कपड़ा लगेगा तथा जोड़कर मालूम करें कि कुल कितना मीटर कपड़ा खरीदना होगा।

ऐसी परिस्थितियों की सूची बनाना एक बारगी का काम नहीं है, जिसे "वास्तविक" योग कराने से पहले ही "पूरा" करा दिया जाए। बल्कि हर रोज़ जब कक्षा में जोड़ के अभ्यास करवाए जा रहे हों, तब इस तरह की कुछ न कुछ गतिविधियाँ अवश्य करवायी जाएँ। साथ ही, शिक्षकों के लिए भी यह ज़रूरी है कि जब भी जोड़ करने में कोई कठिनाई पैदा हो (जैसे 23 जमा 37) वहाँ वे ऐसे ही उदाहरण देकर समझाएँ ताकि शिक्षार्थी आसानी से समझ सकें।

दैनिक परिस्थितियों की सूची बनाना एक बारगी का काम नहीं है, जिसे "वास्तविक" योग कराने से पहले ही "पूरा" करा दिया जाए। बल्कि जब कक्षा में जोड़ के अभ्यास करवाए जा रहे हों, तब इस तरह की कुछ न कुछ गतिविधियाँ अवश्य करवायी जाएँ।

### गतिविधियाँ

**जोड़ने/घटाने वाली गतिविधियों के लिए बीजों तथा पत्थरों की सहायता लेना अत्यंत आवश्यक है।** शिक्षार्थियों से इनके समूह बनवाएँ और इन्हें जोड़ने के लिए कहें। ऐसे अभ्यास को करने के लिए शिक्षार्थी समूहों में बैठते हैं। प्रत्येक शिक्षार्थी को 20 बीज दें तथा उनके दो समूह बनाने को कहें। उसके बाद हर समूह के बीजों को गिनने के लिए कहें। इस तरह मिलने वाले "योग तथ्यों" (14+6, 17+3, 9+11, आदि) को ब्लैक बोर्ड पर लिखते जाएँ। इस अभ्यास को दुहराते जाए परंतु शिक्षार्थियों को यह ध्यान रखने को कहें कि किन्हीं दो शिक्षार्थियों के योग तथ्य एक जैसे न हों। अब बीजों की संख्या



कम-ज्यादा करके तथा समूहों की संख्या भी घटा-बढ़ाकर यह अभ्यास बार-बार करवाए जा सकते हैं। इस प्रकार जो विभिन्न तथ्य समूह प्राप्त होते हैं उन्हें केन्द्र की अंक डायरी में दर्ज किया जाता है।

यहाँ इस बात का ध्यान रखा जाए कि ऐसी गतिविधि में जोड़ना तथा घटाना, दोनों ही शामिल है। इसी तरह "घटाव तथ्यों" की भी अलग सूची बनाई जा सकती है।

### विधियाँ

- शिक्षार्थियों को समूह वाले तरीके की मदद से गिनती करने के लिए प्रोत्साहित करें। उन्हें बीजों का ढेर देकर गिनने के लिए कहें। बीजों की गिनती हो जाने से ढेर को समूहों में बाँटना आसान हो जाएगा। प्रत्येक समूह में बीजों की गिनती करके उन्हें दर्ज करें। फिर दर्ज किए गए बीजों की संख्या का योग करिए।
- दुकानों में भी, घटाने के बजाए जोड़ने का रिवाज है। उदाहरण के लिए, यदि हम 12 रुपये का बिल चुकाने के लिए 20 रुपये दें तो प्रायः दुकानदार पाँच रुपये का नोट देकर "17" पूरा करता है, फिर दो का सिक्का देकर 19 बनाता है तथा अंत में 1 रुपये का सिक्का देकर 20 रुपये का हिसाब बराबर करता है। कक्षा में इसकी चर्चा करें तथा शिक्षार्थियों को भी पूछिए कि वे ऐसी स्थिति में क्या करते हैं।
- निकट के अंक – जो 10 के गुणक हैं – का इस्तेमाल करके भी आसानी से जोड़ा/घटाया जा सकता है। उदाहरण के लिए, अगर किसी संख्या में 18 जोड़ना हो तो पहले 20 जोड़ें, उसके बाद 2 घटा दें। इसी प्रकार 18 घटाने के लिए पहले 20 घटाएँ फिर 2 जोड़ दें। शिक्षार्थियों को इस युक्ति के इस्तेमाल के लिए कुछ और अभ्यास करने के लिए कहें।
- शिक्षार्थियों से जोड़ के टेबल बनवाएँ तथा उसकी मदद से किसी प्रश्न को हल करवाएँ। इन टेबलों में समानता ढूँढ़ें ताकि शिक्षार्थी यह समझ सकें कि संख्याओं को किसी भी क्रम में जोड़ने पर उनका योगफल एक ही मिलता है।

### कब क्या करें

भले ही शिक्षार्थी जोड़ना-घटाना जान चुके हों (गणना विधि के संदर्भ में) फिर भी अक्सर उनके सामने यह तय करने में समस्या आ सकती है कि कब

क्या करना है। व्यावहारिक प्रश्नों में इस बात का निर्धारण करना जरूरी हो जाता है कि अमुक स्थिति में जोड़ना है या घटाना है मिसाल के तौर पर, निम्न परिस्थितियों में घटाने की क्रिया की जाती है –

- किसी कारणवश कोई राशि हटा दी जाए, तथा यह ज्ञात करना हो कि अब कितना शेष रह गया।
- दो (या अधिक) चीजों की तुलना की जा रही हो तथा यह ज्ञात करना हो कि कौन बड़ी है और कितनी बड़ी है?
- कुछ मात्रा की कमी हुई हो तथा हमें यह ज्ञात करना हो कि इस कमी को पूरा करने के लिए और कितनी मात्रा की जरूरत है।

ऐसी परिस्थितियों की चर्चा करना जरूरी है, क्योंकि इसके बिना शिक्षार्थी आत्मविश्वास के साथ गणना नहीं कर पाएंगे। शिक्षार्थियों के जीवन के तजुर्बे उन्हें ऐसी परिस्थितियाँ खुद व खुद बनाने में मदद करेंगे।

## मोटा अनुमान

इस बात पर जोर देना (हर स्थिति में) जरूरी है कि दैनिक जीवन में सटीक उत्तर की नहीं बल्कि एक अच्छे अनुमान की आवश्यकता होती है। इसलिए, शिक्षार्थी किसी जोड़ने या घटाने वाले अभ्यास में गलत उत्तर दे सकता है, परंतु उसमें उत्तर के आस-पास का अनुमान लगाने की योग्यता अवश्य होती है। अगर 52 तथा 28 को जोड़ने के लिए कहा जाता है। कोई भी शिक्षार्थी जो यह जानती होगी कि उत्तर 90 से अधिक (क्योंकि दी गई संख्याएँ क्रमशः 60 तथा 30 से कम हैं) नहीं हो सकता है – वह इसका उत्तर 710 कभी नहीं लिखेगी। आखिरकार वह इतना तो जानती ही होगी कि 710 गलत उत्तर है और वह कह सकती है “भले उत्तर कुछ भी हो – जो मुझे नहीं मालूम – किंतु यह 70 तथा 90 के बीच ही होगा।”

ऐसी क्षमता का होना जीवन के लिए महत्वपूर्ण है। उदाहरण के लिए कोई भी व्यक्ति विभिन्न मदों में खर्च की योजना (परिवार/व्यवसाय के लिए) बनाता है तथा अंततः यह अनुमान लगाता है “हमें कम से कम 2000 रुपयों की जरूरत होगी किंतु आशा है कि 2600 रुपये से अधिक नहीं लगेगे।”

अनुमान एक सुव्यवस्थित विधि भी हो सकती है – अगर किसी शिक्षार्थी को 54 में से 18 घटाने के लिए कह दिया जाए तो वह 20 उत्तर होने का अनुमान

दैनिक जीवन में अधिकतर सटीक उत्तर की नहीं बल्कि एक अच्छे अनुमान की आवश्यकता होती है।

सूना सकती है, फिर वह 18 तथा 20 को जोड़ेगी और उत्तर काफी कम जानकर अनुमान को और सटीक करने की कोशिश करेगी। दूसरी बार 40 बताने पर जोड़ 58 हो जाता है जो कि काफी ज्यादा है। इस प्रकार वह जान लेगी कि उत्तर 20 तथा 40 के बीच के कहीं है। ऐसे ही अनुमान लगाते रहने से आखिर कर उत्तर मिल ही जाएगा। (गणित में इसे द्विचर खोज "बाइनरी सर्च" कहा जाता है)

अफ्रीकी आदिवासी बच्चे पत्थरों की मदद से ऐसे ही द्विचर खोज (बाइनरी सर्च) पर आधारित खेल खेलते हैं। सोलह पत्थरों को इस हिसाब से रखा जाता है कि दो पंक्तियों में आठ-आठ पत्थर हों। एक बच्चे को वहाँ से दूर हटाया जाता है तथा बाकी बच्चे एक पत्थर को चुनते हैं। जब वह बच्चा वहाँ पर वापिस आता है तो उसे वह चुना हुआ पत्थर बताना होता है। उसे सिर्फ़ चार बार पूछने की इजाजत होती है कि पत्थर किस पंक्ति में है। हर बार के जवाब के बाद वह दोनों पंक्तियों के पत्थरों को फिर से सजा सकता है चौथी बार के जवाब के बाद उसे वह चुना हुआ पत्थर बता देना होता है।



इस समस्या का हल पत्थरों को सजाने की तरकीब में छिपा होता है पहला जवाब मिलने पर प्रश्नकर्ता आठ पत्थर यानी कुल पत्थरों के आधे को इस ढंग से सजाता है कि एक पंक्ति के पत्थर दूसरी के साथ न मिल जाएं, इसका जवाब मिलने पर वह चार पत्थरों यानी पिछले के आधे पत्थरों की अदला-बदली करता है तथा अगली बार वह दो पत्थरों की स्थिति बदलता है, आखिरी प्रश्न का जवाब ही ठीक निर्धारित करता है कि कौन सा पत्थर चुना गया था।

(डेविड वैल्स, *दि पेंग्विन बुक ऑफ क्यूरीऑस एंड इंटरस्टिंग मैथैमेटिक्स*)

## हासिल तथा जमा

अक्सर अंक ज्ञान की कक्षाओं में दो अंको वाली संख्याओं को जोड़ते समय हासिल वाले प्रश्न को कठिन माना जाता है। इसका कारण यह है कि ऊपर-नीचे वाले योग (यानी जब एक संख्या ऊपर हो तथा दूसरी उसके नीचे) को शिक्षार्थियों के सामने बहुत ही कृत्रिम ढंग से तथा बिना किसी उद्देश्य से रखा जाता है जिससे जब हासिल को बाएँ अंक के ऊपर रखा जाता है तो यह जादू जैसा लगता है। इस तरीके को तर्कसंगत बनाया जाना जरूरी है ताकि ऐसी कठिनाई से बचा जा सके।

$$\begin{array}{r} 22 \\ +4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ +4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ +4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ +6 \\ \hline 31 \end{array}$$

5 तथा 6 जोड़ने से योगफल 11 निकलता है। इसके साथ ही यहाँ पर हासिल वाली बात सामने आती है।

वस्तुतः हम एक आम गलती का उदाहरण लेकर इसे समझ सकते हैं।

“रमैया ने 22 में 4 जोड़ना चाहा तो ऐसा लिखा। उसका उत्तर बिलकुल गलत था। उसने ऐसा क्यों किया तथा हम इसको कैसे सही कर सकते हैं?”

यह जरूरी है कि एक अंक से दो अंकों वाली संख्याओं का योग उंगुलियों/चीजों आदि की मदद से किया जाए तथा उत्तर मालूम हो जाने पर ही शिक्षार्थी को इसे ऊपर-नीचे लिखने के लिए कहा जाए। उन्हें बताइए कि यह सवाल हल करने की एक परिपाटी है। ऐसा करते समय यह भी समझाया जाए कि—

- 22 तथा 4 को जोड़ते समय केवल सबसे दायीं ओर की संख्याओं को ही जोड़ना है तथा दूसरी संख्या को ज्यों का त्यों उतार देना है
- यहाँ यह जरूरी है कि 4 को दायीं तरफ सही स्थान पर लिखा जाए।
- बाईं ओर लिखने से काम नहीं चलेगा।
- शिक्षार्थी यह (गिनती करके) जानते हैं कि 25 तथा 6 का योग 31 होता है। अब इसे नये तरीके से लिखने पर हमें जो उत्तर मिलेगा —

इस पूरी प्रक्रिया को दो चरणों में जोड़ करके समझें। 25 यानी 20 जमा 5, अतः 6 जोड़ने के लिए हम 20 को फिलहाल एक तरफ रखें उसके बाद 5 तथा 6 को जोड़कर 11 पाते हैं, और अंत में सभी को जोड़ने पर 31 प्राप्त होता है।

जब एक अंक वाली संख्या का जोड़ करना आ जाए तब दो अंकों वाली संख्याओं का जोड़ आरम्भ करें। यही बात घटाव में भी लागू होती है।

अलग-अलग अभ्यास देने के बजाय क्रमबद्ध अभ्यास करवाया जाना लाभदायक होगा। इससे मस्तिष्क में एक खाका तो बनेगा ही साथ ही वे स्वयं भी इसकी जाँच कर सकेंगे। इस तरह जिस शिक्षार्थी को 28 तथा 33 जोड़ने में दिक्कत आती हो, उसके लिए यह अब आसान हो जाएगा।

25	26	27	28	29	30
<u>+33</u>	<u>+33</u>	<u>+33</u>	<u>+33</u>	<u>+33</u>	<u>+33</u>

## अभ्यास (जोड़-घटाव)

**जोड़ने-घटाने** आदि की ओर प्रेरित करने के लिए रोजमर्रा की परिस्थितियों के सफल प्रयोग के बाद हमारे लिए महत्वपूर्ण यह भी है कि हम इसके तर्क को समझें और प्राप्त की गई दक्षता का उपयोग दैनिक जीवन में करें। जब शिक्षार्थी 100 तक के अंकों को जोड़ने-घटाने में कुछ निपुण हो जाएँ तो उसे यह ज्ञान अपने दैनिक जीवन में भी आजमाना चाहिए। कक्षा में भी इसी सुव्यवस्थित ढंग से शिक्षार्थी को समझाने के लिए प्रयास करना चाहिए।

**यह आय-व्यय विश्लेषण, बजट बनाने तथा लेखे-जोखे के लिए** काफी उपयोगी है। प्रत्येक शिक्षार्थी को इसका उपयोग अपने परिवार के लिए करना चाहिए तथा कक्षा में भी विभिन्न परिवारों की आय-व्यय पर चर्चा की जा सकती है। यहाँ इस बात पर जोर दिया जाए कि इसे दिखावे मात्र के लिए नहीं बल्कि वास्तविक रूप से किया जाए, इससे शिक्षार्थी लाभान्वित होंगे।

**अभ्यासों के अगले समूह में आयु सम्बंधी अंकगणित शामिल है।** प्रत्येक शिक्षार्थी अपने परिवार के हर सदस्य की आयु सुव्यवस्थित ढंग से तय करें और, प्रत्येक का जन्म वर्ष, विवाह की तारीख, आदि को निकालें। शिक्षक तथा शिक्षार्थी दोनों आयु की गणना सम्बंधी अनेको प्रश्न पर विचार-विमर्श करें, यह मजेदार भी है और उपयोगी भी। (भाग II, खण्ड 4 में "अंक बनाम तारीख" वाला क्रियाकलाप देखें)

**सबसे मजेदार समूह-कार्य कक्षा के लिए भोजन सूची तैयार करना है।** सारी कक्षा रात के भोजन के लिए सूची तैयार करने में जुटती है। वे अक्सर अतिथि, भोजन सूची, ज़रूरी सामग्री, हर सामग्री की अपेक्षित मात्रा, इत्यादि तय करते हैं। वे यह भी योजना बनाते हैं कि कैसे सामग्री तैयार की जाए तथा किसको क्या काम सौंपा जाए हालाँकि इस तरह के विचार-विमर्शों में अपनाई जाने वाली किन्हीं खास गणितीय दक्षताओं को अलग कर पाना कठिन है किंतु इससे वे निखरती ज़रूर है।

जोड़-घटाव की समझ आय-व्यय विश्लेषण और बजट बनाने के लिए बहुत उपयोगी है। हर शिक्षार्थी को यह अपने परिवार के लिये करना चाहिये और कक्षा में इसकी चर्चा की जाए।



### मौखिक पहेली

किसी दम्पति ने अपने बच्चे के कर्ण-भेदन संस्कार के अवसर पर अपने सगे-सम्बंधियों को दिन में भोजन पर आमंत्रित किया। भोजन परोसने के लिए केले के 100 पत्ते बिछाए गए। भोजन में एक सौ तले हुए पापड़ भी परोसे जाने थे। उन्होंने पुरुषों, महिलाओं तथा बच्चों को अलग-अलग हिसाब से पापड़ बाँटे। हर पुरुष को तीन, महिला को दो तथा बच्चे को आधा पापड़ दिया गया। इस समारोह में 100 लोगों ने भोजन किया, तथा 100 पापड़ परोसे गए। भोजन में लोगों तथा पापड़ों की संख्या बराबर रही। भोजन करने वालों में कितने पुरुष, कितनी महिलाएँ तथा कितने बच्चे थे।

(उत्तर - 72 बच्चे, 20 महिलाएँ, 8 पुरुष)

### गुणा / भाग

**गुणा** एक ऐसा क्रियाकलाप है जिससे जीवन में हर व्यक्ति का वास्ता पड़ता है, इसके बावजूद अंक ज्ञान की कक्षाओं में इसे कठिन माना जाता है। इसका कारण यह है कि शिक्षार्थी की मदद उस तालमेल को दिखाने में शायद ही की जाती है जो आम जीवन में वे करते हैं तथा कक्षा में सीखते हैं। इस तरह गुणा/भाग सीखने के लिए बिल्कुल वैसा ही क्रम अपनाया जाता है जैसा कि जोड़/घटाव के लिए अपनाया गया था।

- रोजमर्रा के क्रियाकलापों पर चर्चा करवायी जाय जिनमें ये दक्षता जरूरी हैं जैसे - खरीददारी तथा मजदूरी की गणना के लिए गुणा; बड़ी मात्राओं का आंकलन (उदाहरण के लिए आम या इमली के किसी पेड़ में लगे फल की संख्या या एक एकड़ खेत में धान की पैदावार), आदि।
- गुणा/भाग के अहसास के लिए बीजों के ढेरी बनाने वाली गतिविधियाँ तथा गुणन-तथ्य को दर्ज करना जिससे शिक्षार्थी अपने लिए स्वयं टेबल तैयार कर सकें। (उदाहरण के लिए,  $12 \times 3 = 36$ ,  $9 \times 4 = 36$ , या  $2 \times 18 = 36$ )
- शिक्षार्थियों को उनके द्वारा अपनाये गये देशी तरीकों के प्रयोग के लिए जोर देना तथा यदि उन्हें "मानक" तरीके की जरूरत पड़े तो उसे खोज निकालने में उनकी सहायता करना।
- उत्तर जानने के लिए आंकलन तथा अनुमान का उपयोग करना ताकि शिक्षार्थी अपनी गणनाओं की स्वयं जाँच कर सकें।

इसमें आगे बढ़ने के लिए अपनाई जाने वाली विधि बिलकुल जोड़/घटाव के लिए अपनाई गई विधियों जैसी हैं, इसलिए हम यहाँ कुछ खास बिंदुओं को ही रख रहे हैं।

### **गतिविधियाँ**

#### *स्किप गिनती (छोड़-छोड़कर गिनना)*

ऐसी गिनती गुणा के लिए आधार है तथा इसे साधारण खेल के द्वारा किया जा सकता है। इसमें शिक्षार्थियों को एक गोल घेरे में बैठकर 1, 2, आदि गिनना शुरू करते हैं। यदि खेल के शुरू होने के समय 3 पुकारा गया हो, तो इस तरह से गिनती की जायेगी। 1, 2, बस, 4, 5, बस, 7, 8, बस, 10 जो भी इसमें गलती करता है (उदाहरण के लिए छठा व्यक्ति 6 कहे या सातवाँ व्यक्ति 5 तथा बस सुनने के बाद 6 कहे) वह बाहर हो जाता है, फिर अगला व्यक्ति वहाँ से गिनती आरम्भ करता है। यह खेल काफी मनोरंजक है क्योंकि इसमें आप पहले से ही यह निश्चित नहीं कर सकते हैं कि आपको कौन सी संख्या बोलनी है। जैसे-जैसे लोग बीच में निकलते जायेंगे वैसे-वैसे आपकी संख्या बदलती जाएगी। अलग-अलग संख्याओं को पुकारकर इसे बार-बार खेला जा सकता है।

इस तरह के खेल खेलते समय यह अच्छा हो कि छोड़ी गई संख्याओं को बोर्ड पर लिखते जाएँ, इससे छूटी हुई संख्याओं, जैसे 3 के गुणक का पता चल जाता है। फिर शिक्षक यह बताए कि हर बार 3 जोड़कर इन्हें प्राप्त किया जा सकता है।

#### *खिचड़ी गिनती*

इस खेल का एक अलग रूप है खिचड़ी गिनती करना। इसमें "बस" की जगह पर सप्ताह के दिन क्रम से बोले जाते हैं। उदाहरण के लिए 1, 2, 3, 4 सोमवार, 6, 7, 8, 9 मंगलवार, 11, 12, 13, 14, बुधवार, आदि।

#### *ढेरी बनाना*

बारबार बीजों वाली ढेरियाँ बनाना गुणा/भाग का प्रारंभिक अभ्यास है। यह बात जरूरी नहीं है कि शिक्षार्थी को समान या असमान ढेरियाँ बनाने के लिए मजबूर किया जाय और इस कार्य को जोड़ या गुणा कहा जाय। शिक्षार्थी आराम से समय लगाकर इस गतिविधि को कर सकता है। इसमें शिक्षार्थियों



हेनरी कार्टिय-ब्रेसों द्वारा लिये गये फोटोग्राफ से साभार।

को केवल यह ध्यान दिलाया जाता है कि शुरू में बीजों की जो भी संख्या दी गई हो उनकी बराबर आकार वाली ढेरियाँ बनानी हैं। केवल कुछ ही संख्याओं से यह प्रयास सफल हो सकता है। इस बात को ध्यान में रखते हुए कि हम बराबर व्यवसायिक अंकगणित का भी जिक्र करते हैं, जैसे, "हर ढेरी में 8 बीज रखकर 5 ढेरियाँ बनाएँ तथा देखें कि कुल कितने बीज खपते हैं। इसे दूसरे अभ्यास के साथ जोड़ा जा सकता है, जैसे, यदि एक किलो चावल की कीमत 8 रुपये है तो 5 किलो चावल की क्या कीमत होगी?"

#### तरह-तरह के पैटर्न

गुणा तथा भाग को समझने में पैटर्नों का प्रयोग बहुत महत्व रखता है। शिक्षार्थियों को प्रोत्साहित करें कि वे बीजों की मदद से अलग-अलग पैटर्न बनाएँ तथा ऐसे ही पैटर्नों को वे अपनी स्लेटों तथा अभ्यास पुस्तिकाओं में भी बनाएँ। मोटे कागज़ या गत्ते पर रंग-बिरंगे पैटर्न बनाए जा सकते हैं तथा उन्हें कक्षा में दीवारों पर भी लटकाया जा

सकता है। "कोलम" तथा "रंगोली" में आकर्षक पैटर्न बनाये जाते हैं तथा इसके क्रम को पहचानना अंकगणित का एक अच्छा अभ्यास हो सकता है। साधारण पैटर्न वर्ग, आयत तथा त्रिभुज हो सकते हैं—

```

○ ○ ○ ○           ○ ○ ○ ○ ○ ○           ○
○ ○ ○ ○           ○ ○ ○ ○ ○ ○           ○ ○
○ ○ ○ ○           ○ ○ ○ ○ ○ ○           ○ ○ ○
○ ○ ○ ○           ○ ○ ○ ○ ○ ○           ○ ○ ○ ○

```

हर पैटर्न के पंक्ति तथा कॉलम का योग और उनके कुल योग को भी शिक्षार्थी को लिखना है। आयत "खड़ा" है या "पड़ा", कुल योग हमेशा बराबर होता है। यह तथ्य गुणा में भी लागू होता है, जैसे, संख्याओं को किसी भी क्रम में गुणा करें, उत्तर हमेशा समान ही होगा।

यह जान लेना भी उपयोगी है कि कौन-कौन सी संख्याओं से वर्गाकार, आयताकार तथा त्रिभुजाकार पैटर्न बनेंगे। उदाहरण के लिए, 6 से आयत तथा त्रिभुज तो बन जाता है पर वर्ग नहीं।



○ ○ ○                      ○                      ○  
 ○ ○ ○                      ○ ○                      ○ ○  
 ○ ○ ○                      ○ ○ ○                      ○ ○ ○

**गुणा** करने के लिए तीलियों के प्रयोग से काफी मदद मिलती है। 7 को 4 से गुणा करने के लिए, सात तीलियाँ लें, उन्हें खड़ा लिटाएँ उन पर चार तीलियाँ आड़ी करके रखें, तथा जिन बिन्दुओं पर वे एक दूसरे से मिलते हैं, उन्हें गिन लें।

**यहाँ** इस बात का ध्यान रखा जाए तथा यह बात शिक्षार्थियों के ध्यान में भी लाई जाए कि इस तरह की "शिक्षण सामग्री" (जैसे – तीलियाँ, आदि) केवल कक्षा में समझ बनाने के लिए उपयोगी हैं। रोज़मर्रा के लिए बार-बार जोड़ने से बढ़कर और कोई तरीका नहीं है तथा इसे करने के लिए मानसिक क्षमता का विकास करना ज़रूरी है।

**कक्षा** के दौरान शिक्षार्थियों (समूह कार्य द्वारा) को स्वयं पहाड़े गढ़ने के लिए प्रोत्साहित किया जाना चाहिए। इन्हें रटवाने की नहीं बल्कि बार-बार दिखाने की ज़रूरत है। इसमें यह सुनिश्चित किया जाना चाहिए कि शिक्षार्थी को प्रश्न के अनुरूप टेबल की मदद से अपने प्रश्न हल करने की स्वतंत्रता हो। यदि ज़रूरत हो तो वे पहाड़े का कुछ भाग बार-बार जोड़कर गढ़ सकते हैं। उदाहरण के लिए, अगर शिक्षार्थी को  $8 \times 7$  करना हो तो उसे इस तरह गणना करके उत्तर देना चाहिए :

8,	16,	24,	32,	40,	48,	56
1	2	3	4	5	6	7

### भाग

**भाग** के लिए पहाड़े का उपयोग नितांत आवश्यक है। शिक्षार्थियों को इसके लिए पहाड़े की मदद लेना सिखाया जाना चाहिए। अगर 58 को 9 से भाग देना है तो 9 के पहाड़े की मदद लें। हालाँकि 9 के पहाड़े में 58 कहीं भी नहीं आता है। परंतु 58 से छोटा निकटवर्ती अंक 54 है जिसका भागफल 6 होता है। सही पुष्टि के लिए एक अभ्यास तुरंत करवाना चाहिए जिसमें 58 बीजों को 9-9 बीजों की ढेरियों में बाँटना है। इसमें ध्यान देने योग्य बात यह है कि 6 ढेरियाँ बनने के बाद 4 बीज ही शेष रह जाते हैं।

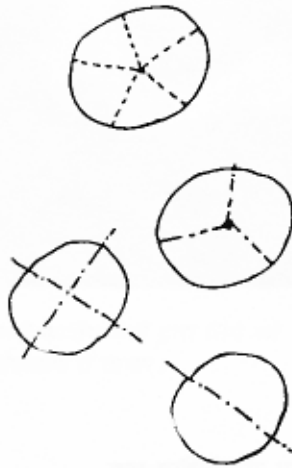
भाग से संबंधित एक महत्वपूर्ण बात यह है कि शेष बचे हिस्से को कब मिलाना है और कब छोड़ना है।



**भाग** से संबंधित एक और महत्वपूर्ण बात यह है कि कब मिलाना है और कब छोड़ना है। अगर हम जानते हों कि एक नाव में 4 व्यक्ति चढ़ सकते हैं और हम कुल 23 लोग हैं तब हम यह नहीं कहते हैं कि नाव को 5 चक्कर लगाने होंगे और 3 लोग शेष रहेंगे। बल्कि, हम मोटे तौर पर मिलाकर कहते हैं कि 6 चक्कर की जरूरत है।

दूसरी तरफ, जब हम यह जानना चाहते हैं कि 22 रुपये देने के लिए हमें पाँच रुपये के कितने नोटों की जरूरत होगी, तब हम शेष को नजरअंदाज कर कहते हैं कि 4 नोटों की आवश्यकता पड़ेगी।

### शिक्षार्थी के अनुभव का उपयोग



ऊपर दिए गए उदाहरणों (मिलाना या छोड़ना) की भांति गणित के अभ्यासों में शिक्षार्थियों के सामान्य ज्ञान का उपयोग नितांत जरूरी है। दुर्भाग्यवश, यह औपचारिक शिक्षा के प्रति अत्यधिक उत्साह की शिकार हो जाती है। वयस्क शिक्षार्थी अक्सर अपने सामान्य ज्ञान को सामने ला सकते हैं इसलिए उन्हें अभ्यासों के उद्देश्य तथा औचित्य पर बेझिझक आलोचना तथा टीका-टिप्पणी के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए।

**शिक्षार्थियों** के व्यवसाय तथा काम-काज से जुड़े संदर्भों को अधिकांश अभ्यासों में स्थान दिया जाना चाहिए। चट्टाइयों बनाने वालों, बुनकरों, मछुआरों, हलवाहों की अपनी बुनियादी समझ बहुत सारे अभ्यासों को जन्म दे सकती है तथा यही उनके लिए सबसे उपयुक्त पाठ्यक्रम होगा।

### हिस्से करना

एक केक को  
कैसे बाँटू

- 3 व्यक्तियों में?
- 5 व्यक्तियों में?
- 6 व्यक्तियों में?



**प्राथमिक** स्कूलों में, गणित के पाठ्यक्रम में भिन्न का पाठ एक ऐसा पाठ है जिसे बच्चों के लिए "सबसे कठिन" माना जाता है। अक्सर ऐसी ही कठिनाई टी.एल.सी. वॉलेंटियर टीचर के सम्मुख भी आती है तथा आत्मविश्वास की कमी के कारण वह गणित की कक्षाओं में शिक्षार्थियों को या तो समझा नहीं पाती या फिर सतही रूप से ही समझाती है। सचमुच यह एक विडंबना है क्योंकि वयस्क तो भिन्नों को सहजता से समझते हैं तथा अपने दैनिक जीवन में अक्सर उनका प्रयोग भी करते हैं।

इसमें सबसे प्रमुख तथा महत्वपूर्ण काम है शिक्षार्थियों की मातृभाषा में भिन्नों के लिए अपनाई जाने वाली शब्दावली की पहचान करना। अधिकतर भाषाओं

में चौथाई, आधा, तीन-चौथाई के लिए शब्द मौजूद है। तमिल में "एक चौथाई का तीन चौथाई" हिस्सा जैसी अभिव्यक्तियों का धड़ल्ले से प्रयोग होता है। प्राचीन तमिल में एक पहेली है "अगर आपको एक चौथाई तथा एक बटे आठवें पैसे में चार तथा एक बटे आठ केले मिले तो एक पैसे में कितने केले मिलेंगे?" यह ध्यान रहे कि तमिल में एक बटे आठवाँ हिस्सा मानक है। इसी प्रकार की लोकोक्तियाँ अन्य भारतीय भाषाओं में भी मिलती हैं।

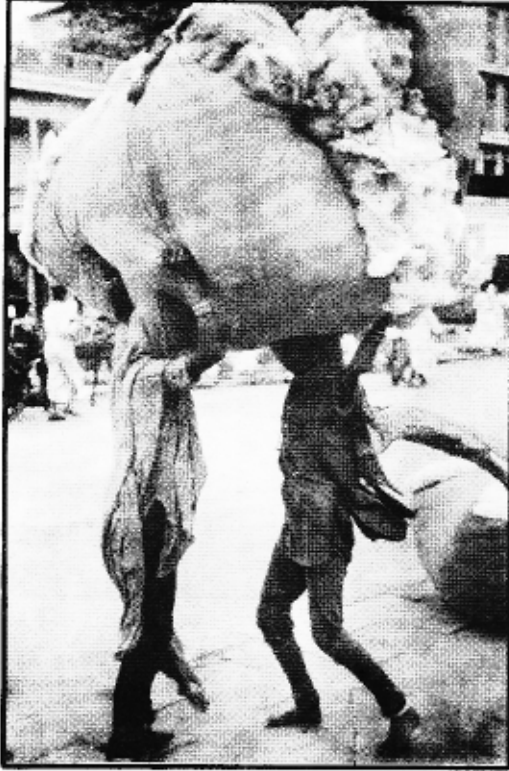


फोटो : पी.के. आंगरा

**यह** बहुत ज़रूरी है कि बिना लिखे चौथाई, आधा, आधे का आधे का चौथाई जैसे शब्दों के बारे में कक्षा में खूब चर्चा हो। अक्सर शिक्षार्थी ऐसी चर्चा में भरपूर मजा लेते हैं और यह ज़रूरी भी है। दरअसल लिखित गणित में ऐसी बातें नहीं होती हैं। वे इस तरह की होती हैं जो नव-साक्षरों के लिए कोई भी मायने नहीं रखती है।

**सामान्य** रूप से शिक्षार्थी भिन्नों का अधिक प्रयोग अपने दैनिक कार्यों में हिस्सा बनाकर करते हैं। इन बातों पर बल देने की आवश्यकता है। उदाहरण के लिए, फसल कटाई के समय, उपज का एक हिस्सा ज़मीन के मालिक के लिए, एक हिस्सा भगवान के लिए, एक हिस्सा बीज के लिए तथा एक हिस्सा घर में उपयोग के लिए अलग रखा जाता है। अंत में बचे हिस्से को बेचने के लिए अलग रख दिया जाता है। शिक्षार्थियों द्वारा (या अन्य लोगों के द्वारा जो शिक्षार्थियों को मालूम हो) अपनाई जा रही विधियों की चर्चा कक्षा में की जानी चाहिए। अनाज को बाँटने के लिए आमतौर पर अपनाए जाने वाले तरीके हैं -

- **ढेरी बनाना** - अनाज की बराबर ढेरियाँ बनाने की कोशिश करें। ढेरियाँ बन जाने के बाद ज़रूरत के अनुसार उन्हें मिलाया भी जा सकता है।



सिर पर रखे इस बोझ के वजन का अन्दाजा लगाना मुश्किल है! हेनरी कार्तिय-ब्रेणों द्वारा लिये गये फोटोग्राफ से साभार।

ऐसा ही समझा जाता है। अतः अंक-ज्ञान का वह पाठ्यक्रम जो भिन्न तथा भाग को अलग-अलग सिखाता है बनावटी है। यह सुनिश्चित करना महत्वपूर्ण है कि शिक्षार्थी को रोजमर्रा की जरूरतों को पूरा करने के लिए जरूरी गणना आनी चाहिए ताकि वे जिस किसी भी गणना विधि को आसान समझते हैं उसका इस्तेमाल कर सकें।

**किसी** खास चीज़ या अलग-अलग चीज़ों को कैसे हिस्सों में बाँटते हैं, इस बात पर जोर दिए जाने की जरूरत है। अलग-अलग चीज़ों के हिस्से करने में तो बीजों की ढेरियाँ बनाने वाली बात लागू होती है। आइए हम 24 बीजों से शुरू करते हैं तथा यह पता करते हैं कि इसके 2/3 भाग में कितने बीज होंगे। अब किसी खास चीज़ का हिस्सा करने के लिए एक कागज़ लें। इसको आधा मोड़कर फाड़ दें। फिर आधे हिस्से को मोड़ दें। अब कागज़ का चौथाई हिस्सा ही बचता है।

**कागज़** को मोड़ना स्वयं में एक कला है तथा कागज़ मोड़ने की कला के द्वारा साधारण भिन्न आसानी से सिखाया जा सकता है। गणित की कक्षाओं

उदाहरण के लिए, 2/5 भाग प्राप्त करने के लिए पहले 5 ढेरियाँ बनाएँ फिर किसी दो ढेरियों को एक साथ मिला लें।

- वितरण द्वारा – जितनी ढेरियाँ आप चाहते हों, उनके लिए जगह बनाकर उन्हें चिह्नित कर लें। तब अनाज की एक निश्चित मात्रा बार-बार सब में रखते जाएँ। आखिर में आप पायेंगे कि सभी ढेरियाँ लगभग बराबर है (किंतु बचे अनाज का)
- देखकर अनुमान लगाना – अक्सर लोग अधिकांशतः देखकर ही यह अनुमान लगा लेते हैं कि अमुक मात्रा उससे आधी है। देखते ही इसका अहसास हो जाता है। अनुमान लगाना गणना करने की तरह ही महत्वपूर्ण है तथा इसे बढ़ावा मिलना चाहिए। इसके लिए सबसे अच्छा यह है कि पहले अनुमान लगाएँ फिर जाँच करके देखें। इससे अनुमान लगाने की काबिलियत बढ़ेगी।

**यह** ध्यान रखा जाना चाहिए कि विभाजन करना तथा भाग देना एक ही चीज़ है तथा पारम्परिक तौर पर इसे

ऐसा ही समझा जाता है। अतः अंक-ज्ञान का वह पाठ्यक्रम जो भिन्न तथा भाग को अलग-अलग सिखाता है बनावटी है। यह सुनिश्चित करना महत्वपूर्ण है कि शिक्षार्थी को रोजमर्रा की जरूरतों को पूरा करने के लिए जरूरी गणना आनी चाहिए ताकि वे जिस किसी भी गणना विधि को आसान समझते हैं उसका इस्तेमाल कर सकें।

**किसी** खास चीज़ या अलग-अलग चीज़ों को कैसे हिस्सों में बाँटते हैं, इस बात पर जोर दिए जाने की जरूरत है। अलग-अलग चीज़ों के हिस्से करने में तो बीजों की ढेरियाँ बनाने वाली बात लागू होती है। आइए हम 24 बीजों से शुरू करते हैं तथा यह पता करते हैं कि इसके 2/3 भाग में कितने बीज होंगे। अब किसी खास चीज़ का हिस्सा करने के लिए एक कागज़ लें। इसको आधा मोड़कर फाड़ दें। फिर आधे हिस्से को मोड़ दें। अब कागज़ का चौथाई हिस्सा ही बचता है।

**कागज़** को मोड़ना स्वयं में एक कला है तथा कागज़ मोड़ने की कला के द्वारा साधारण भिन्न आसानी से सिखाया जा सकता है। गणित की कक्षाओं

**भिन्नों का हिसाब** (जोड़, घटाव, गुणा, भाग, आदि) बहुत ही कठिन होता है। प्रारंभिक अंक ज्ञान के लिए जिन भिन्नों की ज़रूरत होती है, वे हैं –  
 $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/3$ ,  $2/3$ ,  $3/4$ ,  $1/5$ ,  $2/5$ ,  $3/5$ ,  $4/5$ , आदि। 24, 48, तथा 60 बीजों के समूहों का इस्तेमाल करें क्योंकि इनके बहुत सारे भिन्न होते हैं।

## गणित के उपयोग

**शिक्षार्थी** जब गणित की चारों मूल क्रियाओं (जोड़, घटाना, गुणा तथा भाग) में निपुणता हासिल कर लें फिर उनके रोज़गारों का अध्ययन गंभीरता से करना चाहिए तथा उनमें प्रयोग होने वाले हिसाब-किताब को ढूँढना चाहिए।

**खरीददारी का हिसाब-किताब** : कक्षा में दुकान का वातावरण तैयार किया जा सकता है। वे यह निश्चय करते हैं कि कौन सा सामान बेचा जाए, किस कीमत पर बेचा जाए तथा दुकान में कितना सामान होगा। एक शिक्षार्थी दुकानदार बनने का नाटक करता है तथा बाकी सामानों की सूची के साथ आते हैं। दुकानदार सबको पर्ची बनाकर देता है, फिर सभी अपने-अपने पर्ची का मिलान करते हैं। इस अनुभव के पश्चात् शिक्षार्थी दुकानों में भी पर्ची माँगना तथा उसकी जाँच करना शुरू कर दें।

**अंक-ज्ञान के पाठ्यक्रम में बाज़ारी लेन-देन से जुड़ी बातों का स्पष्ट समावेश** होना चाहिए क्योंकि हर व्यक्ति को शामिल करना आधुनिकीकरण का एक महत्वपूर्ण पहलू है। चाहे वह पढ़ा-लिखा हो या अनपढ़, बाहरी ऐजेंसियों द्वारा उत्पादित माल की खरीद-फरोख्त में उसे शामिल होना होता है। शिक्षार्थियों को इस लायक बनाया जाए कि वे –

- पर्ची के लिए पूछें, कीमत-सूची टॉगने के लिए कहें तथा पर्ची में लिखे सामान की मात्रा तथा कीमत का मिलान कीमत-सूची से करें।
- निर्मित माल के मामले में, पैकेट पर दी गई फुटकर कीमत तथा माँगी गई कीमत का मिलान करें।
- दवाओं तथा खाद्य सामग्री के मामलों में, यह जाँच करें कि क्या पैकेट पर "एक्सपायरी डेट" (अंतिम तारीख) दी गई है। यदि है तो वे यह सुनिश्चित करें कि उस सामग्री की खरीददारी "एक्सपायरी डेट" से पहले हो।

जब शिक्षार्थी चारों क्रियाएँ समझ जाएँ तो फिर उनके रोज़गारों का गंभीरता से अध्ययन करके उनमें प्रयोग होने वाले हिसाब-किताब को ढूँढा जाए।

**घरेलू/व्यासायिक लेखा-जोखा** : सभी शिक्षार्थियों को यह प्रयास करना चाहिए कि वे अपने परिवार के आय-व्यय का सुव्यवस्थित लेखा-जोखा रखें।

तीन महीनों के हिसाब-किताब से यह स्पष्ट हो जाएगा कि खर्च किस प्रकार हो रहा है। वस्तुतः इसे करने से पहले, शिक्षार्थी से उसके परिवार के आय-व्यय का अंदाजन ब्यौरा माँग लेना चाहिए तथा वास्तविक लेखा-जोखा से इसकी तुलना करनी चाहिए। कई नव-साक्षर केन्द्रों में यह देखा गया कि शिक्षार्थी इस कार्य में काफी दिलचस्पी ले रहे हैं तथा वे अक्सर दावा भी करते हैं कि इससे उनके समझ का विकास होता है।

**त्यौहार के लिए बजट बनाना :** यह किसी परिवार के खर्च संबंधी योजना का एक महत्वपूर्ण पहलू है। किसी खास मौके पर परिवार बड़ी धनराशि खर्च करना चाहता है। नव-साक्षर गृहणियों में इस समझ की अक्सर कमी होती है कि वे धन को कैसे खर्च करें। शिक्षार्थियों को कक्षा में बजट बनाना सिखाने से काफी सहायता मिलती है तथा विचार-विमर्श के परिणामस्वरूप अक्सर अनपेक्षित बचत प्राप्त होती है।

**अधिकतर शिक्षार्थी छोटे-छोटे रोजगारों से जुड़े होते हैं तथा सामान्य लेख-जोखे की समझ रहने से उन्हें अपना रोजगार बेहतर ढंग से चला पाने में मदद मिल सकती है।**



**पूरा का पूरा रूप जानने का अभ्यास :** सामूहिक चर्चाएँ अंक ज्ञान के कुशल उपयोग के लिए आवश्यक होने के साथ-साथ अत्यंत सहायक भी होती हैं। इसका उद्देश्य सीमित संसाधनों का जहाँ तक सम्भव हो सके, बेहतर उपयोग करना है। निम्न उदाहरणों से टोस रूप में अभ्यासों के पैटर्न तैयार करने की सलाह मिल सकती है -

जैसा कि ऊपर वर्णन किया गया है, कक्षा में दुकान का वातावरण पैदा किया जाता है। यहाँ फर्क सिर्फ इतना है कि खरीददारों को एक निर्धारित धनराशि (सबको समान) बता दी जाती है तथा उन्हें खरीददारी की योजना बनाने को कहा जाता है ताकि वे अपनी समझ के अनुसार मनोनुकूल ढंग से धनराशि खर्च करें। खरीददारों को पूरी धनराशि खर्च करने के लिए भी प्रोत्साहित किया जाता है। खरीद-फरोख्त हो जाने के पश्चात् दोनों मुद्दों पर चर्चा की जाती है कि लोगों ने कितनी अच्छी तरह से योजना बनाई; तथा धन किस ढंग से खर्च किया।



कक्षा दुकान खोलने की योजना भी बनाती है। चूँकि दुकान में बेचे जाने वाले सामान का निश्चय कक्षा में ही कर लिया जाता है फिर वे बारी-बारी से हर सामान पर विचार करते हैं तथा उस सामान को बेचने पर मुनाफे की गुंजाइश के बारे में भी विचार-विमर्श करते हैं। वे यह भी निश्चय करते हैं कि किस सामान का स्टॉक कितनी बार लाना पड़ेगा। इसके लिए इस बात पर विचार करना ज़रूरी है कि कौन-सा खराब होने वाला सामान है, और बेचने के लिए किस सामान को ताजा होना चाहिए, आदि। कई नव-साक्षर लोग तरकारी बेचने जैसे छोटे धंधे से जुड़े होते हैं। इन लोगों के लिए बाज़ार से (थोक में) कौन-कौन सी तरकारी खरीदना फायदेमंद होगा जैसे मुद्दे पर निर्णय लेने में अंक-ज्ञान की दक्षता काफी मददगार साबित हो सकती है। गणना से अधिक विकल्पों को कागज़ पर नोट करने पर मुद्दा औपचारिक रूप से साफ

होता है तथा सही निर्णय लेने की सलाह भी मिलती है। घर-गृहस्थी से सम्बंधित सामान, तरकारियाँ, फल, दूध तथा दूध से बनी चीज तथा अन्य खाद्य पदार्थ बेचने के लिए बिलकुल छोटी दुकानें चलाने का भी अभिनय कक्षा में हो सकता है।

**सीमित साधनों वाली भोजन सूची बनाना :** एक बार फिर कक्षा भोजन सूची बनाने के मुद्दे पर वापिस आती है। किंतु इस समय यह कार्य निर्धारित बजट सीमा में करना है। शिक्षार्थियों को यहाँ बता दिया जाता है कि कितनी धनराशि उपलब्ध है, कितने लोग भोजन करेंगे तथा किस मौके पर भोजन दिया जाना है। अब शिक्षार्थियों को भोजन-सूची के विभिन्न विकल्पों पर विचार करना होता है, प्रत्येक की अनुमानित लागत ज्ञात करनी होती है तथा यह निश्चय करना होता है कि बजट को देखते हुए सबसे उपयोगी/किफायती भोजन-सूची कौन सी है। भोजन-सूची के साथ-साथ कक्षा को प्रत्येक व्यंजन बनाने के तरीके की भी जानकारी होनी चाहिए क्योंकि इस कार्य के लिए अंक-ज्ञान में दक्ष होना आवश्यक है।



## अध्याय 8

### पंचायत की गतिविधि : मेट्रिक मेला



मेले में पहुँचने से पहले ही आपको लाउडस्पीकर पर गाने सुनाई देते हैं। आप चाहते हैं कि आवाज को कम कर दिया जाता, लेकिन इस बात से इनकार नहीं किया जा सकता कि यह शोर-शराबा मेले के माहौल को आकर्षक बनाने में मददगार सिद्ध होता है। चारों ओर रंग-बिरंगे झालर, बंदनवार और झंडियाँ देखी जा सकती हैं। बच्चे हँसते चिल्लाते इधर-उधर दौड़-भाग कर रहे हैं। ये सब बातें मेले का माहौल तैयार कर रही हैं।

चंद वॉलंटियर आपकी अगवानी करने के लिए आगे बढ़ते हैं। वे विश्वास दिलाते हैं कि आपको बिलकुल नया अनुभव होगा और नव-साक्षर ही मेले का पूरे तौर पर संचालन करेंगे। शायद आपको मालूम होगा क्योंकि कल ही गाँव में घर-घर जाकर मेले की सूचना उन्होंने सभी को दे दी थी और मेले में आने के लिए आमंत्रित किया था। आकर्षक इनामों के बारे में भी उन्होंने सूचित किया था। उन्होंने यह भी बताया कि बहुत सारे इनाम दिए जाएंगे और हरेक को कोई-न-कोई इनाम मिलना ही है – यह आश्चर्य की बात होगी कि आपको कोई इनाम न मिले।

कतार में जब आप खड़े होकर जानना चाहते हैं कि यह 'मैट्रिक' मेला क्यों आयोजित किया जा रहा है, लेकिन आपको इसका स्पष्ट उत्तर नहीं मिल

कतार में जब आप खड़े होकर जानना चाहते हैं कि यह 'मैट्रिक' मेला क्यों आयोजित किया जा रहा है, आपको इसका शायद स्पष्ट उत्तर नहीं मिल पाता। युवतियाँ जो वॉलंटियर हैं, मुस्कुराती हैं और रहस्यमय ढंग से कहती हैं कि आप खुद समझ जायेंगे।

“गोभी का वजन”, “लौकी की लम्बाई”, “नाक की लम्बाई”, क्या वे आपके नाक की लम्बाई भी नापेंगे?



पाता। युवतियाँ जो वॉलेंटियर भी हैं, मुसकुराती हैं और रहस्यमय ढंग से कहती हैं—जल्दी ही सब कुछ जान जाओगे।

**आप** “रजिस्ट्रेशन काउंटर” पर पहुँच जाते हैं। इसका संचालन मणियम्मा कर रही हैं। उसे यहाँ देखकर आपको आश्चर्य होता है। वह तो रोज़ आपके घर दूध लेकर आती है। आपको वह एक लाल कार्ड देती है। यह कार्ड A4 साइज का है। वह आपसे नाम और पता पूछती है, (मानो वह नहीं जानती)। जब आप उस कार्ड को भर रहे होते हैं, वह अपने सफ़ेद रंग के रजिस्टर में नाम और पता लिखती है। आपको वह एक नम्बर देती है – 420, और आपके कार्ड के सिरे पर दाहिनी ओर इसे बड़े-बड़े अक्षरों में लिख देती है। फिर वह आपसे “अगले” काउंटर पर जाने के लिए कह देती है।

**आप** यह भी पाएंगे कि खाने की चीज़ें स्टॉलों में क्रम से सजी हुई हैं और कतारों में खड़े लोग धीरे-धीरे आगे खिसक रहे हैं। आप सहज ही यह अनुमान लगा लेंगे कि स्टॉलों की संख्या 20 से अधिक है। ज्यों-ज्यों आप आगे बढ़ते हैं, अपने लाल कार्ड के प्रति आपकी रुचि बढ़ती-सी दिखाई देती है और आप उसे निहारने लगते हैं। इस कार्ड में एक बड़ी टेबल बनी हुई है जिसके हर कतार में कुछ ब्यौरा दिया गया है और कुछ जगह खाली पड़ी हैं। ऊँचाई, वजन, आदि तो ठीक हैं पर आपके कार्ड में “गोभी का वजन”, “लौकी की लम्बाई”, आदि भी लिखा है। और आगे देखिए, इसमें क्या लिखा है – “नाक की लम्बाई”? लेकिन, क्या वे आपके नाक की लम्बाई नापेंगे?

## कार्ड

**जिस** पहले स्टॉल पर आप जाते हैं, वहाँ एक व्यक्ति के हाथ में नापने का फीता है। वह व्यक्ति आपकी ऊँचाई नापता है, उसे आपके कार्ड में दर्ज करता है और साथ ही अपने रजिस्टर में भी भरता है और आपका कार्ड नं. भी दर्ज करता है। अगले स्टॉल में, जैसी अपेक्षा थी, नाक की लम्बाई नापी जाती है। उन्होंने एक “नकली नाक” बना रखी है। उसे वे आपकी नाक पर रखते हैं और उससे आपकी नाक नाप ली जाती है जिससे कि वह नाप सही हो। आपकी इच्छा होती है यह जानने की यह नाक नापने वाली “नकली नाक” कहाँ से खरीदी जाती है। वे आपको बताते हैं कि हम बहुत थोड़ी कीमत पर आपके लिए इसे बना सकते हैं।

इसी तरह एक स्टॉल से दूसरे स्टॉल पर आगे बढ़ते जाते हैं – या तो कोई

नाम :	पुरुष/स्त्री
पता :	वयस्क/अवयस्क
ऊँचाई : से.मी.	वज़न : कि.ग्रा
"मेरा" वज़न :	"मेरी" ऊँचाई :
"लौकी" की लम्बाई :	नाक की लम्बाई :
चाक की लम्बाई :	छोटी उंगली की लम्बाई :
नीनाक्षी की कुटिया की दूरी :	गोभी का वज़न :
अंडे का वज़न :	दाल के पैकेट का वज़न :
पंख का वज़न :	किसमें अधिक पानी है :
बाल्टी में भरे पानी का आयतन :	बोतल में भरे पानी का आयतन :
याददाश्त परीक्षा में सही मर्दों की संख्या :	पत्थरों की संख्या :
पत्तियों की संख्या :	गिनने में लगा समय :
अंदाज लगाइए, कितनी चीज़ें हैं :	1: 2: 3:

चीज़ नापी जाएगी या आपसे किसी वस्तु की लम्बाई, वज़न या आयतन का अंदाज लगाने के लिए कहा जाएगा। जब आपको मुर्गे का पंख दिया जाता है, तो आप उसके वज़न का अंदाज नहीं लगा पाते हैं और आप रजिस्टर में झॉककर देखना चाहते हैं कि अन्य लोगों ने कितने वज़न का अनुमान लगाया है। लेकिन आपकी चालाकी पकड़ ली जाएगी और एक ठहाके के साथ आपको ऐसा करने से रोका जाएगा। आप दिमाग पर काफ़ी ज़ोर डालते हैं और काफ़ी संकोच के साथ अपना अंदाज बताते हैं। आपको मुस्कुराहट से ही उत्तर मिलता है कि आपका अंदाज असलियत से कोसों दूर है।

**गिनने** वाले खेल भी रोचक हैं – किसी में आपको समय-सीमा दे दी जाती है (20 सैकेंड) और पत्तियों या पत्थर की संख्या निश्चित समय में अंदाज से बताने के लिए कहा जाता है। कुछ खेलों में, यह देखा जाता है कि दी गई वस्तुओं को गिनने में आप कितना समय लगाते हैं। याददाश्त का परीक्षण करने वाले खेल भी हैं और मापनों के परिवर्तन संबंधी खेल भी यहाँ हैं। पैमानों के परिवर्तन संबंधी खेलों में आपको डेटा के साथ चित्र कुछ इकाइयों में दिए जाएंगे और फिर विभिन्न इकाइयों में आपसे प्रश्न पूछा जाएगा।

नवसाक्षर स्टॉलों को चला रहे हैं और बात कर रहे हैं कि कितने सही उत्तर के करीब हैं और कितनों का अनुमान बिलकुल ही गलत है।

कुछ स्टॉलों से आप कटे हुए फल, मूंगफली और चिक्की भी खरीद सकते हैं। आप आश्चर्य से देखेंगे कि इन स्टॉलों में भी प्रविष्टियों की जाती है। मुख्य अहाते के नजदीक, लेकिन स्टॉल के इलाके के बाहर, एक प्रदर्शनी लगी हुई है। आप इन वस्तुओं को देखकर काफी प्रभावित होते हैं।

अब आपको इस बात का अंदाज लग गया होगा कि यह मेला किस बात में है और इसे मैट्रिक मेला क्यों कहा गया है। शाम के समय सारा तामझाम समेट लिया जाता है और सांस्कृतिक कार्यक्रमों का आयोजन होता है। इन कार्यक्रम के बाद पुरस्कार वितरण संपन्न होता है जिसकी दिल थामकर लोग प्रतीक्षा कर रहे होते हैं। इस कार्यक्रम में काफी होहल्ला होता है – विचित्र तरह के पुरस्कार जो इसमें हैं! सबसे लम्बी नाक वाले के लिए एक पुरस्कार है और एक पुरस्कार सबसे छोटी नाक वाले के लिए है। जिसने गोभी के वजन का अंदाज सबसे नजदीकी बताया, उसे इनाम में वही गोभी दी गई। इसी तरह, जिसने ड्रमस्टिक की लम्बाई सही बताई, उसे पुरस्कार स्वरूप ड्रमस्टिक ही दी गई। और भी बहुत तरह के पुरस्कार हैं – सबसे लम्बे व्यक्ति के लिए, सबसे छोटे व्यक्ति के लिए, सबसे भारी व्यक्ति के लिए, सबसे हल्के व्यक्ति के लिए, और न जाने क्या-क्या! लगभग हर व्यक्ति को इनाम मिलता है, और आपको शायद चूजे के पंख का सही वजन आँकने पर इनाम मिला है।

सभी स्टॉलों में भले ही लोगों ने अपनी सुविधा के अनुसार किसी भी इकाई में जवाब दिए हों, लेकिन दर्ज करने से पहले उन्हें मैट्रिक इकाइयों में बदला गया और इसीलिए इस मेले का नाम 'मैट्रिक मेला' रखा गया।

पुरस्कार वितरण का काम एक नव-साक्षर द्वारा संपन्न किया गया – उसने स्टॉल का संचालन किया था और उसके लिए तथा गाँव के लिए यह एक नया अनुभव था। वह इस बारे में भी बात करती है कि कितने लोग उत्तर के नजदीक पहुँच पाए, कितने लोगों ने बेतुके अंदाज लगाए (कुछ तो काफी हँसी लाने वाले थे)। जिन लोगों ने बेचने का काम किया, उन्होंने बिक्री का और प्राप्त मुनाफे का हिसाब-किताब पेश किया।

विशेष बात यह थी कि सभी स्टॉलों में भले ही लोगों ने अपनी सुविधा के अनुसार किसी भी इकाई में जवाब दिए हों, लेकिन दर्ज करने से पहले उन्हें मैट्रिक इकाइयों में बदला गया और इसीलिए इस मेले का नाम 'मैट्रिक मेला' रखा गया।

यह आँखों-देखी हमारे एक सहयोगी (आर.आर.) की लिखित टिप्पणियों पर आधारित है। उन्होंने इस 'मैट्रिक मेले' में भाग लिया था। तमिलनाडु के कुछ TLC जिलों में ऐसे कई मेलों का आयोजन किया गया है। मेले की सारी

जजना वी.टी. (वॉलेंटियर टीचर) और नव-साक्षरों ने स्वयं ही तैयार की और उन्होंने स्वयं ही इसे संभाला। साक्षरता कर्मी और स्रोत व्यक्तियों (Resource Persons) ने इसके संचालन में मदद की। संपूर्ण साक्षरता अभियान (TLC) से जुड़े लोगों का तो ऐसे कार्यकलापों के आयोजन से मनोबल ऊँचा होता ही है। लेकिन साथ ही स्कूली बच्चों को भी यह प्रेरणा मिलती है कि वे गणित के स्कूली ज्ञान को अपने व्यवहार में उतारकर उसका "अभ्यास" करें जिससे वे उसमें आनंद प्राप्त करेंगे और उनके लिए सार्थक भी सिद्ध होगा। ये स्कूली बच्चे परिवर्तन लाने के लिए स्रोत व्यक्तियों के रूप में कार्य कर सकते हैं और इकाइयों को परिवर्तित करने, मापन करने, गणना करने, आदि के कामों में मदद दे सकते हैं। इस कार्य से उन्हें आनंद की अनुभूति होती है और आत्मविश्वास बढ़ता है। इसके साथ ही, नव-साक्षरों के माता-पिता में भी यह विश्वास जगता है कि स्कूल की पढ़ाई और साक्षरता पूरे समाज के लिए उपयोगी है।

इस तरह के मेलों में सभी ने उत्साह दिखाया। पहले से चल रहे संपूर्ण साक्षरता अभियानों (TLC) को पुनर्जीवित करने हेतु एक व्यापक पंचायत स्तरीय "अंक ज्ञान" अभियान शुरू करने की ज़रूरत महसूस करते हुए हम वापस लौट आए। उसके साथ ही, पंचायत द्वारा आयोजित इस तरह के कार्यक्रमों का उत्तर-साक्षरता अभियानों के संदर्भ में और भी महत्व है। पंचायत स्तर पर चलाए जाने वाले साक्षरता अभियान को अधिक विकेंद्रीकृत बनाने की दिशा में और भी प्रयास किए जा सकते हैं। हमें आशा है, इस पुस्तक से कुछ लोग इस दिशा में काम करने के लिए उत्साहित होंगे और "अंक ज्ञान" को लोक-जीवन से जोड़ने का प्रयास करेंगे।

## बड़ी संख्याओं का अहसास :

पंचायत की योजना में बड़े आंकलन (Estimates)

बड़ी संख्याओं के आंकलनों के लिए लोगों को तैयार करना महत्वपूर्ण है; ये स्थानीय शासन के लिए पंचायत की कार्रवाई के आयोजन में मदद करते हैं और साथ ही स्थानीय उद्यमों में पहल करते हैं। इस समय, भारत में बहुत-सी ग्राम पंचायतों में नव-साक्षरों की संख्या काफी है और पूरे गाँव की आवश्यकताओं का आंकलन तैयार करने में उनका उपयोग किया जा सकता है। ऐसी स्थिति में, जबकि अधिकांश पंचायतें अपने वित्तीय संसाधनों का इस्तेमाल अनियमित ढंग से करती हैं, यदि पंचायत सदस्यों को इस काबिल बना दिया जाए कि वे अपनी आवश्यकताओं का आंकलन कर पाने में सक्षम

इस तरह के मेलों में सभी ने उत्साह दिखाया। पहले से चल रहे संपूर्ण साक्षरता अभियानों को पुनर्जीवित करने हेतु एक व्यापक पंचायत स्तरीय "अंक ज्ञान" अभियान शुरू करने की ज़रूरत महसूस करते हुए हम वापस लौट आए। हमें आशा है, इस पुस्तक से कुछ लोग इस दिशा में काम करने के लिए उत्साहित होंगे और "अंक ज्ञान" को लोक-जीवन से जोड़ने का प्रयास करेंगे।



हेनरी कार्तिय-ब्रेसों द्वारा लिये गये  
फोटोग्राफ से साभार

सही-सही मानचित्र बनाना होगा। और भावी जल-प्राप्ति की योजना तैयार करने के लिए यह ज़रूरी होगा कि उन्हें अपने अंक-ज्ञान के कौशल पर विश्वास हो।

### बड़े आंकलन, फर्मी प्रश्न (Fermi questions)

बेसिक अंक-ज्ञान के पाठ्यचर्या (curriculum) में 100 से छोटी संख्याओं का समावेश रहता है, लेकिन शिक्षार्थियों को बड़ी संख्याओं को जानने और उन्हें समझने की ज़रूरत भी होती है। फिर भी, पाँच अंकों वाली दो संख्याओं को जोड़ने जैसे अभ्यासों का कोई औचित्य नहीं। जैसे - 53642 और 24864 को जोड़ना। महत्वपूर्ण बात यह है कि शिक्षार्थी समझे कि :

- हम सौ, हजार, लाख और करोड़ में गणना करते हैं।
- इनमें एक निश्चित क्रम से बढ़ोतरी होती है, और सैद्धांतिक तौर पर इन

हों, और उनकी पूर्ति के लिए वे खर्च और बजट की योजना बना सकें, तो इससे भारी परिवर्तन संभव हो सकेगा।

जहाँ तक उद्यम का सवाल है, तो दूध का उद्योग आरंभ करने के लिए इस बात का पता लगाना होगा कि गाँव में प्रतिदिन कितने दूध की खपत होगी और उस दूध की आपूर्ति करने के लिए कितनी गायों-भैंसों की ज़रूरत होगी; वर्तमान में कितनी गाय-भैंसे मौजूद हैं। इस सर्वेक्षण से यह जानकारी प्राप्त हो सकेगी कि दूध की अपेक्षित आपूर्ति के लिए और कितनी गाय-भैंसों की आवश्यकता पड़ेगी। उद्यमों को शुरू करने के लिए अन्य बहुत-सी बातों की भी ज़रूरत होती है, लेकिन यह आवश्यक शुरुआती कदम है।

सहभागितापूर्ण योजनाओं के लिए पंचायत सदस्यों के माध्यम से सभी की भागीदारी सुनिश्चित होनी चाहिये। उदारहण के लिए, "जलागम प्रबंधन" (Watershed Management) को विभिन्न ब्लॉकों में उत्तर-साक्षरता कार्यक्रमों का अंग माना गया है। पंचायत को अपनी पानी की ज़रूरतों का आकलन करने के लिए, अपने सभी संभव जल-संसाधनों का

संख्याओं के साथ गणितीय क्रियाएँ उससे भिन्न नहीं हैं जिनकी उन्हें जानकारी है – हाँ, ये गणितीय क्रियाएँ जटिल जरूर हैं।

- स्थानीय-मान अंकन से इसमें मदद मिलती है।

हज़ार, लाख, आदि शब्दों से शिक्षार्थी आमतौर पर अच्छी तरह परिचित होते हैं, लेकिन इनसे जुड़ी हुई संख्याओं की कल्पना करना कठिन होता है।

### पेड़ में पत्तों की संख्या

कुछ सरल अभ्यासों के माध्यम से यह जानने में मदद मिलती है कि संख्याएँ बढ़ती कैसे हैं। क्लास से पूछिए कि इस नीम के पेड़ (जो आसपास हों) में कितनी पत्तियाँ हैं। यह बात तो सही है कि इस प्रश्न के उत्तरों में भारी विविधता होगी। इसमें तो संदेह है ही नहीं कि ऐसी स्थिति में बिलकुल सही उत्तर तो हो ही नहीं सकता। लेकिन, अपेक्षा यह रहती है कि संदर्भ के अनुसार उत्तर सैकड़े या हज़ार के नजदीक हो। (यदि पेड़ में 20,000 से अधिक पत्तियाँ हैं, और 1,000 की गलती होती है, तो त्रुटि 5% से कम होगी) अब पेड़ की एक टहनी काट लीजिए। इसकी पत्तियों को सही क्रम में गिनें और उनकी संख्या को दहाई या सैकड़े में पूर्ण कर लें। मान लीजिए, यह संख्या 50 है। अब यह आंकलन करना होगा कि पेड़ में टहनियाँ कितनी हैं। यहाँ यह जानने की भी जरूरत होगी कि पेड़ में कुल कितनी टहनियाँ हैं। उदहारण के लिए, जिस बड़ी शाखा से हमने टहनी को तोड़ा है, उसके बारे में विचार करें। मान लीजिए, इसमें दोनों तरफ टहनियों के गुच्छे हैं और प्रत्येक गुच्छे में 8 टहनियाँ हैं। यदि प्रत्येक ओर 5 गुच्छे हैं, तो एक तरफ 40 टहनियाँ होंगी और बड़ी शाखा के दोनों तरफ 80 टहनियाँ होंगी। यदि उस पेड़ पर ऐसी 10 बड़ी शाखाएँ हैं, तो पूरे पेड़ में 800 टहनियाँ होंगी और हम काफी सार्थक आंकलन लगा सकते हैं कि पेड़ पर 40,000 पत्तियाँ हैं।

*"वृक्ष पर गिलहरियाँ"*  
अबुल हासन नादिर अल-ज़मान,  
मुगल चित्रकला, 1610 ई.।



**भारतीय** ग्रामीण परिवेश में इस तरह के आंकलन करने का आम रिवाज है। देहाती क्षेत्रों में फलों को ठेके पर देना एक परंपरा है और ठेके की आधार राशि तय करने का यही तरीका है।

इस तरह के अभ्यासों से शिक्षार्थियों को यह जानने का मौका मिलता है कि संख्याएँ कैसे बढ़ती हैं। शून्य के प्रयोग से उन्हें दिक्कत हो सकती है, इसलिए "40,000" लिखने की अपेक्षा "40 हजार" लिखना बेहतर होगा। इस स्तर पर, अंक के स्थानीय मान की जानकारी भी दी जानी चाहिए, जैसे – 5, 50, 500, 5000, इत्यादि में "5" के स्थानीय मान की जानकारी देना।

### जनसंख्या आंकलन

इस सिलसिले में, गाँव की जनसंख्या का अध्ययन करने से यह अभ्यास और भी पुख्ता होगा। शिक्षार्थियों से अपने पास-पड़ोस, प्रत्येक गली और प्रत्येक परिवार में जानी वाली गलियों का मानचित्र बनाने के लिए कहा जाता है। अब वे किसी विशेष परिवार के सदस्यों की संख्या जानकर, गाँव में रह रहे व्यक्तियों की संख्या का अनुमान लगाते हैं। इस आंकलन के आधार पर विभिन्न आँकड़ों का आंकलन करते हैं, जैसे –

- गाँव में 10 साल से कम आयु के बच्चों की संख्या,
- गाँव में 15-45 साल के आयु समूह की महिलाओं की संख्या,
- गाँव में भैंसों, गायों, आदि की संख्या। यदि संभव हो सके, तो उपर्युक्त के संदर्भ में वास्तविक आँकड़े भी एकत्र किए जा सकते हैं जिससे इन आंकलनों की जाँच की जा सके।

इस तरह के आंकलन से **फर्मी प्रश्नों (Fermi questions)** का उठना स्वाभाविक है। महान भौतिकविद् फर्मी, जिन्हें इस तरह के प्रश्नों को पूछने का शौक था और जिनके आंकलन हमेशा सटीक साबित होते थे, के नाम पर यह नाम रखा गया है। उदाहरण के लिए, दिल्ली में आज कितने कप चाय पिए गए? या, आज भारत में एक घंटे से अधिक समय तक कितने लोगों ने टेलीविज़न देखा? नव-साक्षरों से संबंधित इस तरह के प्रश्नों को पूछना आसान है, और उनके उत्तर देने में सामूहिक भागीदारी होती है। इससे सीखने की क्रिया में मज़ा तो आता ही है, साथ ही बाहरी दुनिया की बेहतर जानकारी भी मिलती है। नव-साक्षर महिला जब यह गणना करती है कि उसने आज तक अपने जीवन में कुल कितनी चपातियाँ बनाई हैं, तो अक्सर इस अभ्यास से उसे जीवन का एक नया दृष्टिकोण प्राप्त होता है।



भाग II





फोटो पी.के. आंगरा

## भाग II

### पहेलियाँ तथा कहानियाँ

खंड 1	अंकों का इतिहास ....101
खंड 2	तमिलनाडु की पहेलियाँ ....106
2.1	टूटे अंडे ....106
2.2	गौरैयाँ का झुंड ....107
2.3	तेली ....107
2.4	दूधवाला ....109
2.5	बाट के टुकड़े ....110
2.6	तख्ते का आकार बदलना ....110
खंड 3	बड़ी संख्याओं का अहसास ....111
3.1	शतरंज की दंतकथा ....111
3.2	तूफानी गुणा – पर्यावरण संतुलन का एक अहसास ....114
3.3	कहीं छत छू न जाए कागज़ के पुलकों से ! ....118
खंड 4	अंक बनाम तारीख ....121
खंड 5	अंकों की पहेलियाँ ....123
5.1	सात अंकों में से ....123
5.2	नौ अंकों से सौ ....123
5.3	इकाई ....124
5.4	पाँच-दो से ....125
5.5	चार-दो से ....125
5.6	“पाँच प्यारों” से सौ ....125
5.7	पाँच-तीन से दस ....125
5.8	37 की संख्या ....126
5.9	चार-तीन का कमाल ....126
5.10	चार-चार का करिश्मा ....126
5.11	चार-पाँच से 16 ....127
5.12	पाँच-नौ से 10 ....127
5.13	तीन समान अंकों से कोई संख्या ....127
5.14	एक हज़ार ....128

5.15	बीस पायें ....128
5.16	जोड़ तथा गुणा की पहली ....128
5.17	योगफल और गुणनफल का समान होना ....128
5.18	गुणा तथा भाग ....129
5.19	दस गुना अधिक ....129
5.20	दो अंकों से छोटी-से-छोटी संख्या ....130
5.21	चार-एक का करें मुकाबला ....130
5.22	गुणा के कुछ अनूठे उदाहरण ....130
5.23	अंकों का त्रिभुज ....131
5.24	एक और त्रिभुज ....131
5.25	अंक चक्र ....131
<b>खंड 6</b>	<b>अंकों के पैटर्न ....132</b>
<b>खंड 7</b>	<b>अंकों की कहानियाँ ....135</b>
7.1	मोलक्का का घोड़ा ....135
7.2	एक राजा ने गिने घोड़े ....136
<b>खंड 8</b>	<b>अंकगणित के साथ मस्ती ....137</b>
8.1	अंगुलियों की मदद से गुणा ....137
8.2	बिल्लियाँ और चटाईयाँ ....137
8.3	कुल कितने बच्चे हैं? ....138
8.4	मछली और बाप-बेटे ....138
8.5	उम्र में कौन है बड़ा? ....138
8.6	घोंघा ....139
8.7	दो स्कूली बच्चे ....139
8.8	तितलियाँ और मकड़ियाँ ....139
8.9	अंको को उलटने पर भी नहीं बदलने वाली संख्याएँ ....140
8.10	जादुई वर्ग ....141
8.11	पाँच करोड़ लोग भी गलत हो सकते हैं ! ....142
8.12	तंबोला ....143
8.13	मन की संख्या बूझें ....144
<b>खंड 9</b>	<b>अलग-अलग चीजों को फटाफट गिनना ....145</b>
<b>खंड 10</b>	<b>शून्य की कहानी ....147</b>

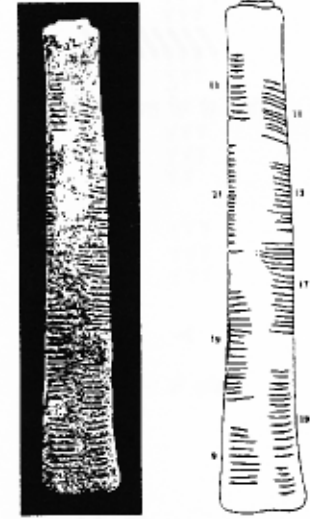
## खंड 1

# अंकों का इतिहास

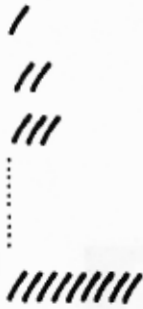
## संख्याओं को लिखने की लंबी कहानी

आज अंकों का आम इस्तेमाल होता है, लगभग सभी जगह और सभी सभ्यताओं में। शायद अंकों को हम अपनी ज़िंदगी का हिस्सा ही मानने लगे हैं और कभी सोच भी नहीं पाते कि अंकों के बिना भी लोग जीते थे। वास्तव में अंक अपने में एक अमूर्त धारणा है, जिसे विकसित होने में हजारों साल लगे। संख्या या मात्रा का आभास तो इंसान को बहुत पहले से है। हर वस्तु के लिये कोई एक निशान बनाकर सभी का हिसाब भी रखा जाता था। कई कमाल के अवशेष मिले हैं जो बताते हैं कि आदि मानव तीस हजार साल पहले भी हड्डियों या लकड़ी पर निशान बनाकर मात्रा को दर्ज करते थे। वे निशान या खँचे किन वस्तुओं को दर्शाते हैं, इसका तो आज अनुमान ही लगाया जाता है। ऐसा भी माना जाता है कि एक हड्डी पर बने कुछ खँचों का क्रम शायद उस आदि-महिला ने बनाया था जो चंद्रमा के बढ़ते-घटते क्रम का हिसाब रख रही थी।

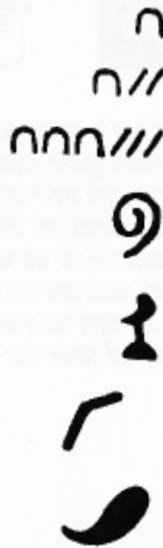
वस्तुओं का हिसाब तो सभी सभ्यताओं में रखा गया। पर वस्तुओं को गिनने की प्रक्रिया अलग-अलग रही। कुछ सभ्यताओं ने तो केवल "एक, दो, तीन, और कई" शब्दों से ही अपनी ज़रूरतों को पूरा किया। परंतु कई जगह बहुत लंबी-चौड़ी गिनतियाँ विकसित हुईं। वास्तव में गिनने की प्रक्रिया को इसलिये अमूर्त कहा जाता है क्योंकि जब हम तीन अलग गायों को "तीन" गाय कहते हैं तो हम उनकी भिन्नता को नज़रअंदाज़ करते हैं। यानि यह नहीं देखते कि हर गाय अपने में अलग है। उसका रंग, कद, शरीर, आदि बाकियों से भिन्न है। गिनने में सभी फ़र्क को भुलाकर हम सिर्फ़ उसकी संख्या या उसके "एक-पन" का ध्यान रखते हैं। यह "एक" गाय और वह "एक" गाय मिलकर हुई "दो" गाय। यहाँ तक कि गाय होना भी ज़रूरी नहीं – यह "एक" पत्थर और वह "एक" पत्थर भी मिलकर होते हैं "दो" पत्थर। इसीलिये अंकों की धारणा अमूर्त कहलाती है। क्योंकि वह किसी वस्तु की "मूर्त" से परे होती है। यानि उस वस्तु की कोई भी विशेषता गिनती में नहीं आती, बस उसका "एक-पन" ही देखा जाता है।



अफ्रीका में पाई गयी बीस हजार साल से ज़्यादा पुरानी हड्डी का चित्र। इसके दोनों तरफ लगे खँचों की संख्या 60 बनती है। वैज्ञानिक अनुमान लगाते हैं कि यह चन्द्रमा के दो बढ़ते-घटते क्रम का रिकार्ड है। यानि 60 दिनों को एक-एक करके यहाँ दर्ज किया गया था।



(एक से नौ तक के अंक)



मिथवासियों के अंक

**गिनती** को शब्दों में तो कई सभ्यताओं ने बाँध लिया। फिर अपने हिसाब को देर तक कायम रखने के लिये कई जगह पत्थरों, गाँठों, मिट्टी की गीटियों, आदि का इस्तेमाल भी किया गया। पर केवल शब्दों से लंबी गणना तो की नहीं जा सकती थी। और पत्थरों या गाँठों से भी लेखा-जोखा रखने की सीमाएँ थीं। इसलिये संख्याओं को लिखने के लिये विशेष चिहनों का इस्तेमाल किया गया जिन्हें हम अंक कहते हैं।

**एक** बहुत लंबा सफ़र रहा है अंकों के विकास का – पहले केवल मात्रा से संख्याओं तक और फिर संख्याओं से अंको तक। गिनती की संख्याओं को बोलने के लिये कई नामों की जरूरत पड़ती है, जैसे, "दो", "बारह" "इक्कीस", "एक सौ बाईस", "दो हजार दो सौ ग्यारह", आदि। पर अंकों के आविष्कार से बहुत कम चिहनों से ही कई संख्याएँ लिखी जा सकती हैं। जैसे यहाँ केवल दो अंकों (यानि 1 और 2) से हम लिख लेते हैं 2, 12, 21, 122, 2211, इत्यादि।

### तरह-तरह के अंक

**जैसे-जैसे** लोग कबीलों से हटकर गाँव या नगरों में बसने लगे, वैसे-वैसे लोगों को पहले की अपेक्षा बहुत सारी चीजों के हिसाब रखने की जरूरत पड़ने लगी। व्यापारियों को आपस में व्यापार के माल का हिसाब-किताब रखना पड़ता था। कर्ज व कर वसूलने वाले अधिकारियों को वसूली गयी अनाजों की बोरियों का हिसाब-किताब रखना पड़ता था। इस काम में लोगों को संख्याओं को लिखने के लिए उनके लिखित स्वरूप की जरूरत पड़ी। अतः लोगों ने अंकों का आविष्कार किया। ये एक प्रकार के चिह्न थे, जो संख्याओं का लिखित हिसाब रखने में सहायक होते थे।

**लगभग 5000 वर्ष पूर्व** मिथवासियों ने कुछ अंकों का आविष्कार किया। ये भी दूसरी जगह के लोगों की तरह ही अपनी अंगुलियों का इस्तेमाल गिनने के लिए किया करते थे। अतः यह देखकर कोई आश्चर्य नहीं होता है कि इनके 1 से लेकर 9 तक के अंक अंगुलियों की तरह लगते हैं। यानि एक ही अंगुलीनुमा चिह्न से वे 1 से 9 तक की संख्या दिखा लेते थे।(चित्र)

**मिथवासियों** की संख्याएँ दशमिक प्रणाली पर आधारित हैं। अतः वे दस, सौ, हजार, दस हजार तथा लाख के लिए विशेष चिहनों का प्रयोग करते थे। जैसे, दस, बारह या तैंतीस को इस तरह दिखाया जाता था (चित्र)। एक हजार को दिखाने के लिए वे कमल के फूल जैसे चिह्न का प्रयोग करते थे। सौ को रस्सी

के फंदे के रूप में दिखाते थे। मुड़ी हुई अंगुलियों द्वारा दस हजार को दिखाया जाता था। दस लाख के लिए मिस्रवासी मेंढक के बच्चों के चित्र को प्रयोग में लाते थे। नील नदी के किनारे लाखों मेंढक हुआ करते थे। जब वे अंडे देते थे तो नील नदी मेंढक के बच्चों से भर जाती थी। अतः यह आसानी से समझा जा सकता है कि मिस्रवासियों ने दस लाख जैसी बड़ी संख्या को लिखने के लिए मेंढक के बच्चे के चित्र को क्यों चुना।

मिस्रवासियों के पास शून्य को दिखाने के लिए कुछ भी नहीं था। ना ही आज की संख्या पद्धति की तरह उनकी संख्याओं का कोई स्थानीय मान होता था। (जैसे, 1 अपने आप में एक ही है, लेकिन किसी अंक के पहले 1 का मतलब दस होता है।) लेकिन एक के लिए मिस्रवासियों के चिह्न का मतलब हमेशा एक ही होता है। इसे अंकों के कतार में कहीं भी रखें तो इसका मतलब एक ही रहेगा। यानि अंकों का कोई स्थान निश्चित नहीं था। मिस्रवासी ज्यादातर संख्याओं को दाएँ से बाएँ लिखा करते थे। लेकिन वे बाएँ से दाएँ या ऊपर से नीचे भी लिख सकते थे। उदाहरण के लिये, मिस्रवासी 1,245 को इस प्रकार लिखते थे –

१७७०००००////

या ऐसे भी

//// ०००००७७१

बेबीलॉन (आजकल का ईराक) लगभग 5000 वर्ष पहले की एक महत्वपूर्ण राजधानी हुआ करती थी। बेबीलॉन वासियों ने एक प्राचीन लेखन शैली का आविष्कार किया और बहुत सारे गणित के ग्रंथ लिखे। वे लोग मिट्टी की पट्टी पर एक छोटी सी छड़ी की मदद से लिखा करते थे। इससे तीर की नोक के आकार का निशान बनता था। चित्र में एक से लेकर दस तक के अंकों को दिखाया गया है।

यूनानियों ने लगभग दो हजार वर्ष पूर्व बिलकुल अलग तरीका अपनाया। प्रत्येक अंक के लिये विशेष चिह्न की बजाय उन लोगों ने वर्णमाला के अक्षर का प्रयोग किया।

माया सभ्यता के आदिवासियों ने मध्य अमेरिका में 1800 वर्ष पूर्व एक बढ़िया

- 1 √
- 2 √√
- 3 √√√
- 4 √√√√
- 5 √√√√√
- 6 √√√√√√
- 7 √√√√√√√
- 8 √√√√√√√√
- 9 √√√√√√√√√
- 10 ◀

बेबीलॉन के अंक

- 1 A
- 2 B
- 3 Γ
- 4 Δ
- 5 E
- 6 F
- 7 Z
- 8 H
- 9 Θ
- 10 I

यूनानी अंक

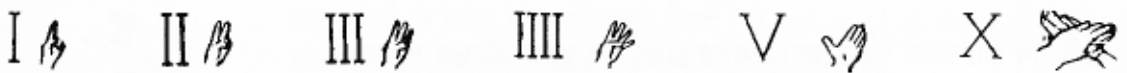
- 1 •
  - 2 ••
  - 3 •••
  - 4 ••••
  - 5 —
  - 6 —•
  - 7 —••
  - 8 —•••
  - 9 —••••
  - 10 —•••••
- माया अंक

लिखाई का तरीका ईजाद किया। इन लोगों ने संख्याओं पर बहुत अधिक काम किया। इनकी संख्या पद्धति 20 पर आधारित थी। अतः निश्चित रूप से इन्होंने अपने पैर तथा हाथ की उंगलियों से गणना करना सीखा होगा। केवल दो तरह के चिहनों से (यानि एक बिंदु और एक लकीर से) वे 1 से 10 तक की संख्या लिखते थे।

### रोमन अंक

**क्या** आपने कभी चित्र में दिखाई गई घड़ी देखी है? इसके "डायल" पर बने चिहनों को रोमन अंक कहा जाता है। रोम वासी उस क्षेत्र में रहते थे जहाँ आज इटली देश बसा हुआ है। हम लोग आज भी उनके अंकों का प्रयोग कई जगह करते हैं और कई घड़ियों में यही चिह्न देखते हैं।

रोमवासियों को शायद सीधी लकीरें अधिक पसंद थीं। इसलिए पहले उनकी संख्याएँ सीधी तथा खड़ी हुआ करती थीं। उंगलियों को रोमन में "डिजिट्स" कहा जाता है। उसी से "डिजिट" शब्द बना। डिजिट का मतलब अंगुली है, और आज भी हम (0 से लेकर 9 तक) किसी अंक को "डिजिट" ही कहते हैं। आप देख सकते हैं कि अंक एक, दो, तीन तथा चार ऊपर की तरफ खड़ी सीधी अंगुलियों जैसे हैं। संख्या 5 खुले हाथ की तरह लगती है, जहाँ चार अंगुलियों को एक साथ कर अंगूठे से अलग रखा गया है। अंक 10 कुछ-कुछ आपस में बँधे हाथ की तरह लगती है।



पुराने समय में रोमन अंकों को किसी भी क्रम में लिखा जाता था क्योंकि उनके अंकों का मान ज्यों का त्यों रहता था। बाद में जगह को बचाने के लिए घटाव की तरकीब लगाई गयी। अगर बड़ी संख्या के पहले छोटी संख्या रख दी जाए तो जो संख्या बनेगी वह बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटाने पर प्राप्त संख्या होगी। जैसे कि IV का मतलब V में से I कम (पाँच से एक कम) अर्थात् 4 होता है। वैसे ही IX, या नौ, यानि दस में एक कम।

रोमवासी बड़ी संख्याओं के लिए वर्णमाला के अक्षरों का प्रयोग करते थे। जैसे, पचास के लिए L, सौ के लिए C, पाँच सौ के लिए D तथा हजार के लिए M।



## भारत से अरब और फिर यूरोप का सफ़र

मिस्रवासी अंकों के लिए चित्रों का, यूनानी वर्णमाला के अक्षरों का और रोमवासी अंगुली तथा हाथ के आकारों का प्रयोग करते थे। लेकिन 3 तथा 8 जैसे आकार वाले अंक कहाँ से मिले?

भारत में लगभग 2,000 वर्ष पूर्व जो अंक प्रचलित थे, आज हमें शायद अपरिचित लगें। इन्हें ब्रह्मी अंक कहा जाता था। जिन अंकों का आजकल प्रयोग होता है, उनका आविष्कार लगभग पंद्रह सौ वर्ष पहले भारत में ही हुआ था। अरब से होते हुए स्पेन द्वारा यह अंक यूरोप पहुँचे, और फिर इन्हें "अरबी" अंकों के रूप में जाना जाने लगा।

भारतीय या इन "अरबी" अंकों की दो मुख्य विशेषताएँ थीं। यह दस अलग चिह्नों पर आधारित थे, जिनमें से एक था 0 (शून्य)। इन दस अंकों से कोई भी संख्या, कितनी ही बड़ी हो, आसानी से लिखी जा सकती थी। और इनसे गणना करना बहुत सरल था, चूँकि संख्या लिखने में स्थानीय मान का उपयोग किया जाता। यानि अंक को जिस स्थान पर लिखते उसी से उसका मान पता चलता। जिस जगह को खाली दिखाना होता वही बिंदु बनाते या 0 (शून्य) लिखते। गणित को सरल बनाने में भारत में खोजे गये "शून्य" का बहुत महत्व था। (शून्य की कहानी खंड 10 में दी गई है)

उस समय, यूरोपवासी रोमन अंकों का प्रयोग करते थे। कई शताब्दियों तक इन्होंने वैसा ही किया। अगर उन्हें गणना की ज़रूरत होती थी तो "अबेकस" (तारों पर पिरामे मोतियों से बने) का प्रयोग करते थे। "अबेकस" प्रयोग करते वक्त किसी संख्या पद्धति की सीमाओं का सामना नहीं करना पड़ता। सीधे-सीधे मोतियों की मदद से गणना का उत्तर मिल जाता है। रोमन अंकों के माध्यम से जोड़ तथा घटाव, उतना कठिन नहीं है लेकिन गुणा करना तथा भाग देना बहुत कठिन है। ऐसी स्थिति इसलिए उत्पन्न होती है, क्योंकि इस संख्या पद्धति में स्थानीय मान नहीं होता है। धीरे-धीरे यूरोपीय गणितज्ञ अरबी अंकों का उपयोग करने लगे। लेकिन इन अंकों का उपयोग तब बढ़ा जब अरबी अंकों का उपयोग करने वाली पुस्तकें छपीं और कई देशों तक पहुँचीं।

1	—
2	==
3	≡
4	卐
5	卑
6	ॐ
7	ॐ
8	ॐ
9	ॐ
10	ॐ

ब्रह्मी अंक

खंड 2

## तमिलनाडु की पहेलियाँ

### 2.1 टूटे अंडे



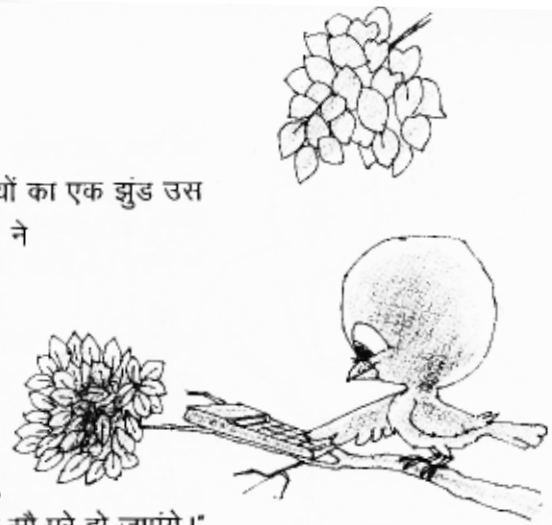
एक अंडेवाला सड़क पर अंडे बेचता हुआ जा रहा था। इतने में एक निठल्ला आदमी, जिसके पास करने के लिए कुछ नहीं था, उससे उलझ गया। वह अंडेवाले से तकरार करने लगा। इस तरह दोनों में लड़ाई शुरू हो गयी। और उस आदमी ने अंडों की टोकरी खींचकर ज़मीन पर पटक दी जिससे अंडे टूट गये। अंडेवाले ने सुलह के लिए पंचायत से अनुरोध किया। पंचायत ने अंडेवाले से पूछा कि कितने अंडे टूटे? उसका जवाब इस प्रकार था -

यदि जोड़ों में गिनें, एक बच जाएगा;  
यदि तीन-तीन में गिनें, दो बच जाएंगे;  
यदि चार-चार में गिनें, तीन बच जाएंगे;  
यदि पाँच-पाँच में गिनें, चार बच जाएंगे;  
यदि सात-सात में गिनें, कुछ भी नहीं बचेगा;

उत्तर : 119 अंडे

## 2.2 गौरैयों का झुंड

एक गौरैया पेड़ की डाल पर बैठी थी। उसी समय गौरैयों का एक झुंड उस पेड़ के ऊपर से गुज़र रहा था। डाल पर बैठी गौरैया ने उस झुंड को आवाज़ दी – अरी ! एक सौ गौरैयो ! अरी ! एक सौ गौरैयो ! तुम कहाँ जा रही हो? आओ, इस पेड़ पर बैठकर आराम करो उसके बाद अपनी यात्रा पर चले चलना। ऐसा सुनकर झुंड में से एक गौरैया बोली, "हम सौ नहीं हैं। हम, हमारे समान ही एक और झुंड, उसका आधा, उसका भी आधा तथा तुम्हें मिलाकर कुल सौ पूरे हो जाएंगे।" यदि ऐसा हो तो उस झुंड में कितनी गौरैयाँ उड़ रही थीं?



यह जानना दिलचस्प होगा कि असाक्षर लोग किस तरह इस पहेली को मौखिक रूप से हल करते हैं। हम उनके द्वारा अपनाई जाने वाली विधियों को समझने की कोशिश कर सकते हैं। परंतु यहाँ हम समीकरण का प्रयोग करके इसको हल करने का एक तरीका दे रहे हैं। यदि झुंड में गौरैयों की संख्या "क" है तो –

$$क + क + (क/2) + (क/4) + 1 = 100$$

$$2क + (3क/4) = 99$$

$$11 क = 396$$

इसलिए, क = 36 यानि उस झुंड में 36 गौरैयाँ उड़ रही थीं।

## 2.3 तेली

किसी गाँव में एक तेली रहता था। वह तेलहनों की पेराई करके तेल निकालता और बेचता था। वह कई दिनों की जी-तोड़ मेहनत के पश्चात् निकले तेल को बाज़ार में बेचने को तैयार हुआ। बाज़ार जाते समय रास्ते में उसे विनायक मंदिर मिला। उसने मंदिर में जाकर मन्त माँगी "आज यदि मेरी कमाई अच्छी हुई तो वापिस आते समय मैं एक लीटर तेल से मंदिर में दीया जलाऊँगा।"

वह वहाँ से चल पड़ा। वह कुछ दूर ही चला, उसे देवी का मंदिर दिखाई पड़ा। उसने अंदर जाकर वहाँ भी वैसी ही मन्त माँगी, जैसी उसने विनायक मंदिर में माँगी थी। वह वहाँ से भी आगे बढ़ा और गाँव की सीमा पर स्थित



अय्यनार मंदिर में जा पहुँचा। वहाँ भी उसने वैसी ही प्रार्थना की।

इस तरह वह बाज़ार जा पहुँचा। उस दिन उसकी अच्छी कमाई हुई। लौटते समय शाम को उसने एक बरतन में इतना तेल लिया जिससे वह तीनों मंदिरों में किए गए अपनी मन्नत को पूरा कर सके। वह अय्यनार मंदिर पहुँचा। मंदिर के पास उसे एक छोटा जलकुंड दिखाई दिया। उसने तेल के बरतन को जलकुंड की मुंडेर पर रखा तथा हाथ, पैर और मुँह धोने के लिए जलकुंड में उतर पड़ा। उसी समय एक कौआ आकर बरतन पर बैठ गया तथा बरतन को एक तरफ उलटा दिया। इससे तेल ज़मीन पर बिखरने लगा। तेलवाला दौड़कर आया और उसने बरतन को सीधा किया। ज़मीन में काफ़ी तेल बिखर जाने से बरतन में थोड़ा ही तेल बचा रह गया था।

बरतन में बचे हुए तेल को लेकर वह अय्यनार मंदिर में गया। वहाँ उसने अपना प्रण पूरा न कर पाने की कठिनाई को व्यक्त किया। अय्यनार ने उसकी भावना को समझते हुए उसे वरदान दिया कि बरतन में रखे तेल की मात्रा दुगुनी हो जाए; और ऐसा ही हुआ। इस तरह तेल वाले ने एक लीटर से मंदिर में दीया जलाकर अपना प्रण पूरा किया।



वह बरतन में थोड़े से बचे हुए तेल को लेकर कुछ दूर चला और देवी के मंदिर में पहुँचा। यहाँ उसने वही रोना रोया तथा अपना प्रण पूरा न कर पाने के लिए क्षमा माँगी। देवी ने भी बरतन में तेल की मात्रा दुगुनी हो जाने का वरदान दिया। तेलवाले ने एक लीटर तेल लिया तथा दीया जलाकर अपना प्रण पूरा किया। अब बरतन में थोड़ा सा तेल बच गया था।

फिर तेली आगे बढ़ता हुआ विनायक मंदिर में जा पहुँचा। वहाँ उसने पूरी श्रद्धा से सारी घटना सुनाई तथा अपना प्रण पूरा न कर सक पाने का दुखड़ा रोया। विनायक ने भी तेल की मात्रा दुगुनी हो जाने का वरदान दिया। तेली ने एक लीटर तेल निकालकर दीया जलाया। अब बरतन खाली हो गया था। बताईये तेली ने कौवे को उड़ाकर जब बरतन सीधा किया था, तब उसमें कितना तेल था?

उत्तर : 7/8 लीटर

व्याख्या :

माना कौवे द्वारा तेल के बर्तन को उलट देने के बाद "क" लीटर तेल बचा रह जाता है।

तेली बचे तेल को लेकर अय्यनार मंदिर में जाता है जहाँ उसे तेल की मात्रा दुगुनी हो जाने का वरदान मिलता है। अतः तेल की मात्रा "2क" हो जाती है जिसमें से वह एक लीटर तेल लेकर मंदिर में दीया जलाता है।

अब बर्तन में "2क-1" तेल बचा रह जाता है जिसे लेकर वह देवी के मंदिर में जाता है। वहाँ भी उसे ऐसा ही वरदान मिलता है। पहले मंदिर की तरह ही यहाँ दीया जलाने के बाद बर्तन में बचे तेल की मात्रा  $2 \times (2क-1) - 1 = (4क-3)$  लीटर रह जाती है।

अंत में तेली (4क-3) लीटर तेल लेकर विनायक मंदिर में जाता है और वहाँ भी उसे तेल की मात्रा दुगुनी हो जाने का वरदान मिलता है। जब वह एक लीटर तेल से दीया जलाता है तो तेल का बर्तन खाली हो जाता है। यानी कि इस बार दुगुनी हुई तेल की मात्रा एक लीटर के बराबर थी।

$$\text{अर्थात्,} \quad 2 \times (4क-3) = 1 \text{ लीटर}$$

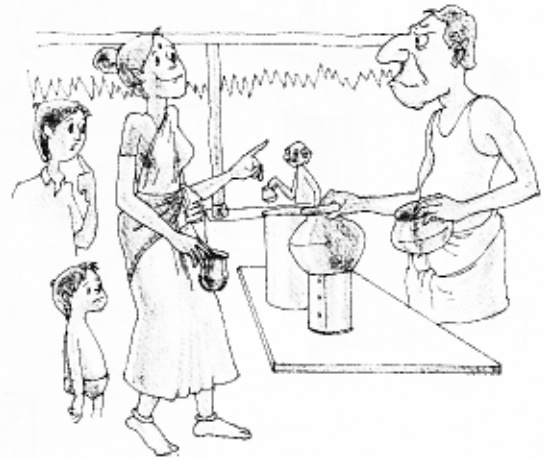
$$\text{या} \quad 8क-6 = 1$$

$$\text{या} \quad क = 7/8 \text{ लीटर}$$

अतः कौवे द्वारा तेल के बर्तन को उलट देने के बाद बचे तेल की मात्रा  $7/8$  लीटर थी।

## 2.4 दूधवाला

एक दूधवाले के पास कई ग्राहक थे जिनको वह रोज़ दूध बेचता था। आमतौर पर वह धातु के बड़े बरतनों में दूध लाता। तथा पारंपरिक मापों से मापता था और एक से आठ माप तक की किसी भी मात्रा को देता था। एक दिन वह अपने पारंपरिक माप के बरतनों को साथ ले जाना भूल गया। ग्राहकों के पास भी ऐसा कोई निश्चित माप वाला बरतन नहीं था जिससे वह दूध माप पाता। उसके पास धातु के जो दो बरतन थे उनकी माप तीन तथा पाँच थी। उसने उन्हीं दो बरतनों की मदद से एक से आठ मात्रा तक दूध को मापा। ऐसा उसने किस तरह किया?





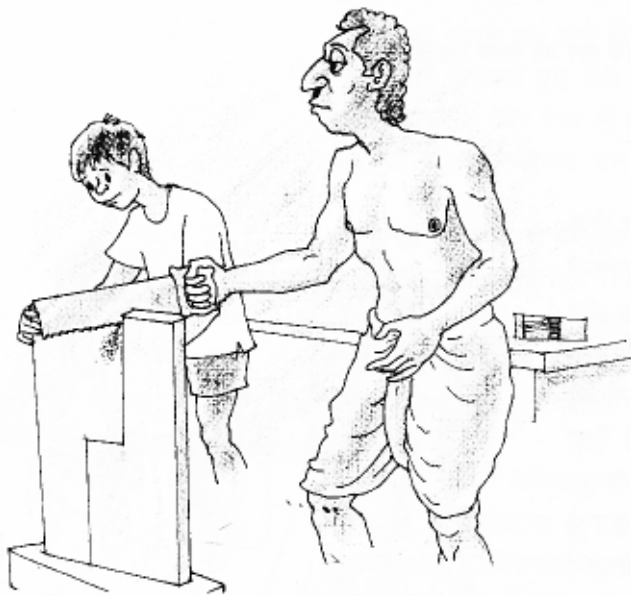
उत्तर :

1 माप	=	$(2 \times 3) - 5$	=	1
2 माप	=	$5 - 3$	=	2
3 माप	=		=	3
4 माप	=	$2(5 - 3)$	=	4
5 माप	=		=	5
6 माप	=	$2 \times 3$	=	6
7 माप	=	$5 + (5 - 3)$	=	7
8 माप	=	$5 + 3$	=	8

## 2.5 बाट के टुकड़े

40 पालम (तमिलनाडु का एक पारंपरिक माप) का एक बाट नीचे गिर गया और उसके चार टुकड़े हो गए। इस तरह टुकड़े हुए कि इन चारों टुकड़ों से एक से चालीस पालम तक के किसी भी वजन को तौला जा सकता था। टूटे हुए हरेक टुकड़े का वजन कितना था?

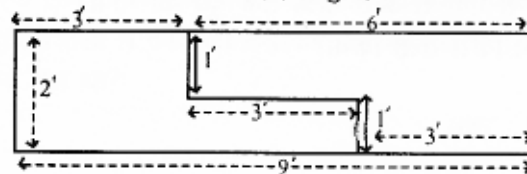
उत्तर : 1, 3, 9, 27 पालम



## 2.6 तख्ते का आकार बदलना

एक तख्ता 6 फीट लंबा तथा 3 फीट चौड़ा है। इससे 9 फीट लंबा तथा 2 फीट चौड़ा तख्ता बनाना है। इसे बीचो-बीच किस तरह काटा जाए कि इसमें एक ही जोड़ लगने से नया तख्ता बन सके। चित्र से बताएँ कि इसे कैसे काटा और जोड़ा जाएगा?

तख्ते को चित्र के अनुसार बीचों-बीच काटा जा सकता है। दाईं ओर वाले टुकड़े को बाएँ टुकड़े के साथ इस तरह जोड़ा जा सकता है जिससे कि यह 9x2 फीट का आयत हो जाए। इसे कागज़ के टुकड़ों से भी किया जा सकता है।



## खंड 3

# बड़ी संख्याओं का अहसास

### 3.1 शतरंज की दंतकथा

शतरंज विश्व के सबसे पुराने खेलों में से एक है। शताब्दियों से यह खेल खेला जाता रहा है। अतः इसमें कोई आश्चर्य नहीं है कि इसके संबंध में ऐसी कई दंतकथाएँ गढ़ी गई होंगी जिनकी सत्यता को शायद आज नहीं परखा जा सकता है। यहाँ एक ऐसी ही किंवदन्ति दी गई है। इसे समझने के लिए यह ज़रूरी नहीं है कि आपको शतरंज खेलना आना चाहिए। आपके लिए इतना ही जान लेना काफी होगा कि इसमें एक ऐसा बोर्ड होता है जो 64 खानों (बारी-बारी से काला तथा सफ़ेद) में बँटा होता है। शतरंज के खेल का आविष्कार भारत में हुआ था। महाराजा शेरम को जब इसके बारे में पता चला तो वे इसकी रोचकता से तथा इसकी अनगिनत चालों से चकित हो गये। जब उन्हें यह पता चला कि इसका आविष्कार उन्हीं की प्रजा में से किसी ने किया है तो राजा ने ऐसे विलक्षण कार्य के लिए उस व्यक्ति को स्वयं इनाम देने के लिए बुलावा भेजा।



सेता नाम का यह आविष्कारक दरबार में हाज़िर हुआ। वह साधारण कपड़े पहने हुए एक पंडित था, जो शिष्यों को शिक्षा देकर अपनी रोज़ी-रोटी कमाता था। "सेता मैं तुम्हें इस बेहतरीन खेल के आविष्कार के लिए उचित इनाम देना चाहता हूँ।" पंडित ने आदर से सर झुकाया।

"मेरा खज़ाना इतना बड़ा है कि मैं तुम्हारी किसी भी इच्छा को पूरा कर सकता हूँ।" राजा ने आगे कहा "वह इनाम बताओ जिससे तुम संतुष्ट हो सकते हो और वही तुम्हें मिलेगा।" "संकोच न करो, तुम्हारी इच्छा क्या है? मैं तुम्हारी इच्छा पूरी करने में कोई कोर-कसर नहीं छोड़ूँगा।"

"महाराज आपकी दयालुता धन्य है। मुझे सोचने के लिए रात भर का समय दीजिए। सोच-विचार कर कल तक मैं आपसे अपनी इच्छा ज़ाहिर कर दूँगा।"

**अ**गले दिन जब सेता दरबार में हाज़िर हुआ तो अति नम्र भाव से बहुत ही साधारण सी इच्छा जाहिर करके उसने सम्राट को चौंका दिया। सेता ने कहा, "महाराज, कृपया यह आदेश दिया जाए कि शतरंज के बोर्ड में बने पहले खाने (वर्ग) के लिए मुझे गेहूँ का एक दाना दे दिया जाए।"

"क्या गेहूँ का एक दाना मात्र?" राजा चौंका।

"जी हाँ, महाराज। दूसरे खाने के लिए दो होना चाहिए, तीसरे के लिए चार, चौथे के लिए आठ, पाँचवें के लिए 16, छठे के लिए 32....." राजा चिढ़कर बोला "बस करो! ठीक है, हरेक खाने के लिए उसके पहले वाले खाने से दोगुने गेहूँ के दाने मिलेंगे। परंतु मैं तुम्हें बताना चाहता हूँ कि तुम्हारी इच्छा मेरी उदारता की तौहीन करती है। ऐसा तुच्छ ईनाम माँगकर तुमने मेरी कृपा को नकारा है। सच्चे तौर पर एक शिक्षक के रूप में तुम्हें सम्राट की दयालुता के प्रति अपनी कृतज्ञता का बेहतर उदाहरण प्रस्तुत करना चाहिए। चले जाओ! मेरे नौकर तुम्हें गेहूँ की बोरी पहुँचा देंगे।"

**से**ता मुस्कुराया और दरबार से बाहर निकलकर राजमहल के द्वार पर प्रतीक्षा करने लगा। रात को भोजन करते समय राजा को शतरंज के आविष्कारक का ध्यान आया तो उन्होंने पूछा कि क्या वह मूर्ख सेता अपना तुच्छ ईनाम ले गया।

जवाब मिला, "महाराज, आपके हुक्म की तामील की जा रही है। दरबार के गणितज्ञ यह हिसाब लगाने में लगे हुए हैं कि गेहूँ के कितने दानों की आवश्यकता है।"

राजा क्रोधित होकर बोला, "मैं अपने हुक्म की तामील होने में इतनी देर का आदी नहीं हूँ।"

**रा**त को सोने से पहले राजा ने फिर जानना चाहा कि सेता कितनी देर पहले राजमहल से गेहूँ की बोरी लेकर गया।

"महाराज आपके गणितज्ञ जीजान से जुटे हुए हैं तथा उम्मीद है कि सुबह होने से पहले वे हिसाब लगा लेंगे।"

"इतनी देर क्यों हो रही है?" राजा आपे से बाहर हो गया। "कल, मेरे जागने से पहले सेता को गेहूँ का आखिरी दाना मिल जाना चाहिए। मैं कभी अपना हुक्म दोहराता नहीं हूँ!"

**सु**बह राजा को पहली खबर यह दी गई कि मुख्य गणितज्ञ एक महत्वपूर्ण सूचना देने की इजाज़त माँग रहे हैं। राजा ने उन्हें अंदर आने की आज्ञा दे दी।



राजा ने कहा, "इससे पहले कि आप अपनी बात कहें मैं यह जानना चाहता हूँ कि सेता ने जो तुच्छ ईनाम माँगा था उसे मिल गया है न।"

उस वृद्ध ने जवाब दिया, "यही तो कारण है जिसके लिए मैंने इतनी सुबह आपको तकलीफ देने का साहस किया। हमने बहुत मेहनत करके यह हिसाब लगा लिया है कि सेता गेहूँ के कितने दाने चाहता है। दानों की संख्या इतनी ज्यादा है....."

"तो क्या हुआ!", राजा ने दंभपूर्वक उसे टोका, "मेरे अन्न-भंडार खाली तो नहीं हो जाएंगे। ईनाम देने की घोषणा हो चुकी है तथा उसे दिया ही जाना चाहिए।"

**"महाराज, उसकी इच्छा पूरी करना आपके वश की बात नहीं है। सेता जितना गेहूँ चाहता है उतना आपके सभी गोदामों में तो क्या, सारे राज्य के गोदामों में भी नहीं है। इतना गेहूँ तो आपको सारी धरती पर भी नहीं मिल पाएगा। और यदि आप जैसे-तैसे अपने प्रण की खातिर ईनाम देना ही चाहते हैं तो धरती के सभी राज्यों को कृषि योग्य भूमि में बदले जाने का हुक्म दीजिए; सभी सागरों तथा महासागरों को सुखाने का हुक्म दीजिए; और हुक्म दीजिए सभी बर्फ को पिघलाने का जिससे सुदूर उत्तरी क्षेत्र ढका हुआ है। उसके बाद सारी धरती पर गेहूँ बोकर यदि सारी उपज सेता को दे दी जाए, तब कहीं वह अपना ईनाम पा सकता है।"**

राजा ने उस वृद्ध की बातों को आश्चर्यपूर्वक सुना।

"आखिर वह विशाल संख्या है क्या?"

"महाराज वह विशाल संख्या है – 18, 446, 744, 073, 709, 551, 615 !"

ऐसी थी वह दंतकथा। इनाम के दानों की संख्या यही होगी, आप धैर्यपूर्वक गणना करके खुद मालूम कर सकते हैं। इकाई से आरंभ करते हुए आपको 1, 2, 4, 8, इत्यादि संख्याओं को जोड़ना होगा। 63वें खाने में गेहूँ की संख्या को दुगुना करने पर जो उत्तर प्राप्त होगा वही आविष्कारक को शतरंज के 64वें खाने में दिए जाने वाले गेहूँ के दानों के बराबर होगा।

यदि आप इस संख्या की विशालता की कल्पना करना चाहते हैं तो उस अन्न-भंडार के आकार का अनुमान लगाइए जिसमें इतनी बड़ी मात्रा में अनाज रखा जाना हो। अगर 1 घन से.मी. में 15 गेहूँ के दाने ढूँस-ढूँस कर आते हों तो एक घन मीटर जगह में लगभग 15,000,000 गेहूँ के दाने आते हैं। इस तरह आविष्कारक के शतरंज का ईनाम लगभग 12,000,000,000,000

घनमीटर अर्थात् 12,000 घन कि.मी. जगह में आएगा। यदि अन्न-भंडार 4 मीटर ऊँचा तथा 10 मीटर चौड़ा हो तो इसकी लंबाई 300,000,000 कि.मी. होगी, जो कि पृथ्वी से सूर्य की दूरी का दूना है।

**राजा** ऐसा ईनाम कभी नहीं दे सकता था। अगर वह हिसाब में निपुण होता तो उसने पहले ही स्वयं को इस ऋण से मुक्त कर लिया होता। वह सेता को यह सुझाव देता कि उसे जितने गेहूँ के दाने चाहिए थे, स्वयं ही गिन कर ले ले।

**क्योंकि**, यदि सेता दिनभर भी गिनता रहता तो वह पहले 24 घंटों में केवल 86,400 दाने ही गिन पाता। लगातार गिनती में जुटे रहने के बावजूद दस लाख दाने गिनने के लिए उसे कम से कम 10 दिन चाहिए होते। इस तरह गेहूँ के एक घनमीटर दाने गिनने के लिए आधा वर्ष लग जाता। दस वर्षों में वह लगभग 20 घनमीटर ही गिन पाता। इस तरह आप पायेंगे कि यदि सेता ने दाने गिनने में ही अपना पूरा जीवन लगा दिया होता तो भी वह अपने ईनाम का एक छोटा सा भाग ही गिन पाता।

### 3.2 तूफानी गुणा – पर्यावरण संतुलन का एक अहसास

**पोस्त** (खस-खस) की फली छोटे-छोटे बीजों से भरी होती है। हर बीज से एक नया पौधा उग सकता है। यदि सभी बीज उगें तो पोस्त के कुल कितने पौधे हो जाएंगे? इसके लिए हमें यह जानना होगा कि पोस्त की एक फली में कुल कितने बीज होते हैं। यदि आप धैर्यपूर्वक गिनें तो पाएंगे कि एक फली में लगभग 3,000 बीज होते हैं।

**इससे क्या नतीजा निकलता है?** यह कि यदि पोस्त के एक पौध के आस-पास काफी जगह हो, पर्याप्त मिट्टी हो, तो हर बीज अंकुरित होगा तथा अगली गर्मी में लगभग 3,000 पौधे उग जाएंगे। यानि कि एक ही फली से पोस्त का पूरा का पूरा खेत तैयार हो सकता है।

**आइए देखें आगे क्या होता है।** इन 3,000 पौधों में हर पौधे पर कम से कम एक फली जरूर लगेगी (प्रायः अधिक ही लगती हैं), जिसमें प्रत्येक में 3,000 बीज होंगे। अब प्रत्येक फली के बीज से 3,000 नए पौधे उगेंगे तथा अगले वर्ष हमारे पास कुल पौधों की संख्या होगी—

$$3,000 \times 3,000 = 9,000,000 \text{ पौधे}$$

गणना करने से यह पता चलता है कि शुरू वाली फली से तीसरे वर्ष में नये पौधों की संख्या हो जाएगी

$$9,000,000 \times 3,000 = 27,000,000,000 \text{ पौधे।}$$

और इसी तरह चौथे वर्ष में

$$27,000,000,000 \times 3,000 = 81,000,000,000,000 \text{ पौधे}$$

इस प्रकार पाँचवें वर्ष में पोस्त के पौधे से सारी पृथ्वी ही ढक जाएगी, क्योंकि तब इनकी संख्या होगी

$$81,000,000,000,000 \times 3,000 = 243,000,000,000,000,000 \text{ पौधे।}$$

**पूरे भू-भाग का क्षेत्रफल** यानि कि पृथ्वी के सभी द्वीपों तथा महाद्वीपों को मिलाकर कुल क्षेत्रफल 135,000,000 वर्ग किलोमीटर या 135,000,000,000,000 वर्ग मीटर होता है। यह संख्या पोस्त के उगे हुए पौधों की संख्या से लगभग 2000 गुणा कम है।

**इस** तरह आपने देखा कि यदि एक फली के सभी बीज उग जाएँ तो उस एक पौधे से उगने वाले नये पौधे, पाँच वर्षों में ही पूरी पृथ्वी को इस कदर ढक लेंगे कि धरती के हरेक वर्गमीटर क्षेत्र में लगभग 2,000 पौधे होंगे। ऐसी है पोस्त के एक छोटे से बीज के साथ जुड़ी संख्या की विशालता! है ना यह गुणा की तूफानी करामत !

**अगर** पोस्त के अलावा ऐसी ही गणना किसी ऐसे पौधे की करें, जिसके कम बीज होते हैं, उसका भी यही नतीजा निकलेगा। परंतु फर्क केवल इतना होगा कि उससे उत्पन्न पौधे पाँच वर्ष से अधिक समय में पूरी पृथ्वी पर छा जाएंगे। अब यदि हम डंडेलियों को ही लें, जो साल में लगभग 100 बीज देता है, और सभी बीज उगें तो पौधों की संख्या इस तरह बढ़ेगी -

वर्ष	पौधों की संख्या
1	1
2	100
3	10,000
4	1,000,000
5	100,000,000
6	10,000,000,000
7	1,000,000,000,000
8	100,000,000,000,000
9	10,000,000,000,000,000

**यह** भूमंडल पर उपलब्ध जितने वर्गमीटर जमीन है उससे 70 गुना अधिक है। लगभग 70 पौधे प्रति वर्गमीटर के हिसाब से नवें वर्ष में ही सारी पृथ्वी डंडेलियाँ से ढक जाएगी। असलियत में, हम पौधों की संख्या में ऐसी गुणात्मक वृद्धि को क्यों नहीं देख पाते? इसका कारण यह है कि अधिकांश बीज बिना किसी नए पौधे को जन्म दिए ही नष्ट हो जाते हैं। वे या तो मिट्टी से ऊपर न निकल पाने के कारण उग नहीं पाते; या उगते ही दूसरे पौधों के नीचे दब जाते हैं; या फिर मवेशी उन्हें खा जाते हैं। यदि बीजों तथा अंकुरों का इतनी बड़ी तादाद में विनाश न हो तो कोई भी पौधा हमारी धरती को कुछ ही साल में ढक लेगा।

**यह** केवल पौधों के लिये ही लागू नहीं होता बल्कि प्राणियों के लिए भी लागू है। यदि प्राणियों की मृत्यु न हो तो किसी भी प्राणी के एक जोड़े से देर-सबेर संपूर्ण धरती भर सकती है। धरती पर इतनी बड़ी तादाद में फैली टिड्डियों से भी इस बात का अंदाज लगाया जा सकता है कि यदि प्राणियों के गुणात्मक वृद्धि में मौत बाधक न हो तो पृथ्वी का क्या हश होता। दो-चार दशकों में ही सभी महाद्वीप सघन वनों और उनमें रहने वाले असंख्य जीव-जंतुओं से भर जाते। और यही स्थिति समुद्रों की भी होती जो मच्छलियों से ही लबालब भर जाते जिससे समुद्र में जहाज आदि चला पाना नामुमकिन हो जाता। और तो और पक्षियों तथा कीड़े-मकौड़ों के ऐसे घने बादल मंडराते कि वायुमंडल भी पहचान में न आता।

**इस** चर्चा को खत्म करने से पहले हम उन अनोखे जीव-जंतुओं के वास्तविक उदाहरणों का जिक्र करेंगे, जिनके फलने-फूलने से लोगों को कई दिक्कतों का सामना करना पड़ा।

(क) एक ज़माने में अमेरिका में गौरैया पक्षी नहीं होती थी। हानिकारक कीड़े-मकौड़ों को मारने के लिए गौरैया को यूरोप से – जहाँ यह बहुतायत में पाई जाती है – जानबूझकर मँगाया गया। गौरैया इल्ली तथा अन्य कीड़े-मकौड़ों को अत्याधिक मात्रा में खाती है। गौरियों को यहाँ का नया माहौल अच्छा लगा। इस माहौल में गौरैया का शिकार करने वाली चिड़ियाँ नहीं थीं, इसलिए इनकी संख्या में तेजी से बढ़ोतरी होने लगी। इससे कीड़े-मकौड़ों की संख्या में काफी कमी आने लगी। कुछ समय बाद कीड़े-मकौड़ों का अभाव हो जाने के कारण गौरैया शाकाहारी भोजन करने लगी, तथा फसलों को नुकसान पहुँचाने लगी। नतीजतन, अमेरिकियों को गौरैया नियंत्रण

की दिशा में कदम उठाने पड़े। यह उन्हें इतना महँगा पड़ा कि उन्हें एक कानून बनाना पड़ा जिसके तहत किसी भी प्रकार के जीव-जन्तु के आयात पर पाबंदी लगाई गई।

(ख) **ऑस्ट्रेलिया** महाद्वीप जब यूरोपीय उपनिवेश था तब वहाँ एक भी खरगोश नहीं था। 18वीं सदी के आखिर में ऑस्ट्रेलिया में पहली बार कुछ खरगोश लाए गए थे। वहाँ कोई ऐसे मांसाहारी जीव नहीं थे जो इन खरगोशों का शिकार करते, इसलिए उनकी संख्या में अत्यधिक तेज़ी से बढ़ोतरी होने लगी। इस तरह ऑस्ट्रेलिया में खरगोशों की भरमार हो गई और खेती-बाड़ी को काफी नुकसान पहुँचने लगा। खरगोश अब देश के लिए सरदर्द बन गए तथा उनके उन्मूलन के लिए अत्यधिक धन लगाना पड़ा और साथ ही अथक परिश्रम भी करना पड़ा।

(ग) ऐसी ही एक सीख देने वाली कहानी जमैका की है। यह द्वीप विषैले सर्पों की अत्यधिक संख्या से पीड़ित था। उनसे निजात पाने के लिए गरुड़ चिड़िया – जो विषैले सर्पों को मारती है – को द्वीप में लाना तय हुआ। इससे सर्पों की संख्या तो शीघ्र कम हो गई लेकिन द्वीप चूहों से भर गया। पहले ये सॉप ही चूहों की संख्या पर नियंत्रण रखते थे। चूहों ने गन्नों के खेतों को तबाह करना शुरू कर दिया, और इस तरह द्वीप के सामने एक नई समस्या पैदा हो गई। भारतीय नेवले को चूहे का दुश्मन माना जाता है, इसी सोच के आधार पर यह तय किया गया कि इस द्वीप में चार जोड़े नेवले मँगाए जाएँ तथा इनकी संख्या में बेरोक-टोक बढ़ोतरी होने दें। नेवले इस नई जगह में अच्छी तरह ढल गए तथा थोड़े समय में ही वे पूरे द्वीप में बस गए। एक दशक से कम समय में ही उन्होंने अधिकतर चूहों को खत्म कर दिया। हाय यह क्या! चूहों को खत्म कर देने के बाद नेवलों को जो कुछ दिखाई पड़ता, वे उसे ही हज़म कर जाते और इस तरह वे सर्वभक्षी हो गए। वे पिल्लों, मेमनों, नन्हें सुअरों तथा चूजों का शिकार करने लगे। उनकी संख्या में और बढ़ोतरी होने के कारण अब वे बाग-बगीचों, खेतों तथा पेड़-पौधों को भी नुकसान पहुँचाने लगे। इस तरह द्वीपवासी अब अपने पुराने मित्रों अर्थात् नेवलों को मारने के लिए बाध्य हो गए, परंतु इसमें उन्हें मामूली सफलता ही मिल पाई।

(घ) अपने देश भारत में भी हमें कई ऐसे अनुभवों से गुज़रना पड़ा है। ऐसा ही एक जाना-माना उदाहरण “जलखुंभी” (वाटर हायसिंथ) पौधे का है। कहा जाता है कि किसी विदेशी अधिकारी की पत्नी अपने साथ इसे शौकिया तौर

पर लगाने के लिए लायी थी। धीरे-धीरे इसकी इस कदर बढ़ोतरी हुई कि देश के सामने एक गंभीर समस्या खड़ी हो गई। बहुत अधिक जलखुंभी उगने के कारण तालाब तथा नदियाँ सूखने लगीं। इनके उन्मूलन के लिए छोटे-छोटे कार्यक्रम कहीं-कहीं उठाये गये हैं। जलखुंभी से बायो-मास बनाने का भी एक कार्यक्रम शुरू किया गया। परंतु इन छुट-पुट प्रयासों से समस्या का समाधान तो हुआ नहीं। जैसा कि हम जगह-जगह देखते ही हैं। इसी तरह का एक दूसरा उदाहरण "पार्थेनियम" अथवा "कांग्रेस घास" (जिसे गाजर घास भी कहते हैं) का है। "गाजर घास" को कई एलर्जियों का कारण माना जाता है। इसकी बेहिसाब बढ़ोतरी ने भी देश के सामने एक समस्या पैदा कर दी है।

(सामार - 'फन विद मैथ्स एंड फिज़िक्स', वाई.एल. पेरेलमन, मीर पब्लिकेशन, 1994)

### 3.3 कहीं छत छू न जाए कागज़ के पुलंदों से !

आइए एक और प्रयोग करें,  
 इस बार इस पर थोड़ा ज़्यादा मनन करें -  
 माना कि आपके पास एक कागज़ है  
 जिसकी मोटाई एक इंच का  
 तीन बटे हज़ारवाँ भाग है। (.003)  
 अब इस पर ऐसा ही एक और कागज़ रखें;  
 इन दोनों की मोटाई एक कागज़ की मोटाई की दूनी होगी,  
 अर्थात्  $.003 \times 2 = .006$   
 यानी एक इंच का छह बटे हज़ारवाँ भाग।  
 अब उनके ऊपर दो और कागज़ रखें  
 इस तरह ये हो गए चार।  
 अब मोटाई हो गई  $.003 \times 4 = .012$ ,  
 अर्थात् एक इंच का बारह बटे हज़ारवाँ भाग।  
 यह प्रक्रिया जारी रखें।  
 हर बार कागज़ों की संख्या दूनी करें,  
 इस तरह -  
 पहली बार आपके पास 1 कागज़ था,  
 दूसरी बार, आपके पास 2,  
 तीसरी बार, 4  
 चौथी बार, 8

पाँचवीं बार, 16

और इसी तरह

हर बार संख्या दूनी करते जाएँ,

32 बार तक, इसे जारी रखें।

प्रश्न यह है कि -

कागज़ों के इस पुलंदे की ऊँचाई कितनी होगी ?

क्या आपकी राय में यह 1 फुट ऊँचा होगा?

या फिर इतना ऊँचा,

जितना कि आमतौर पर एक कमरा होता है -

फर्श से छत तक?

या कुतुबमीनार के बराबर ऊँचा,

या फिर कितना?

यह ज़रूरी नहीं कि जवाब इन्हीं में से कोई हो।

आपकी क्या राय है?

आइए, इसके लिए एक टेबल बनाएँ, ताकि जो किया गया उसे साफ-साफ

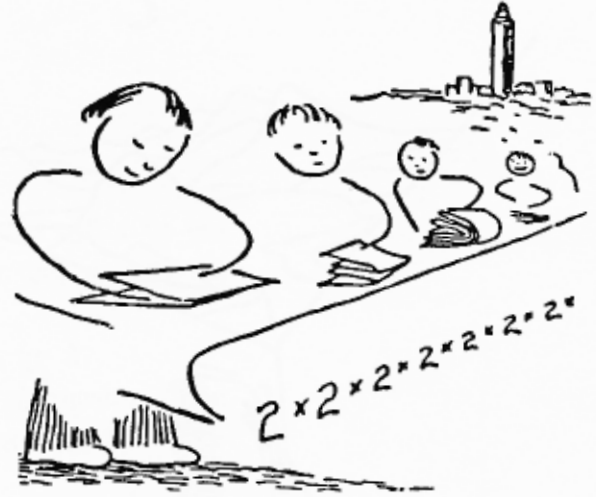
दिखाएँ -

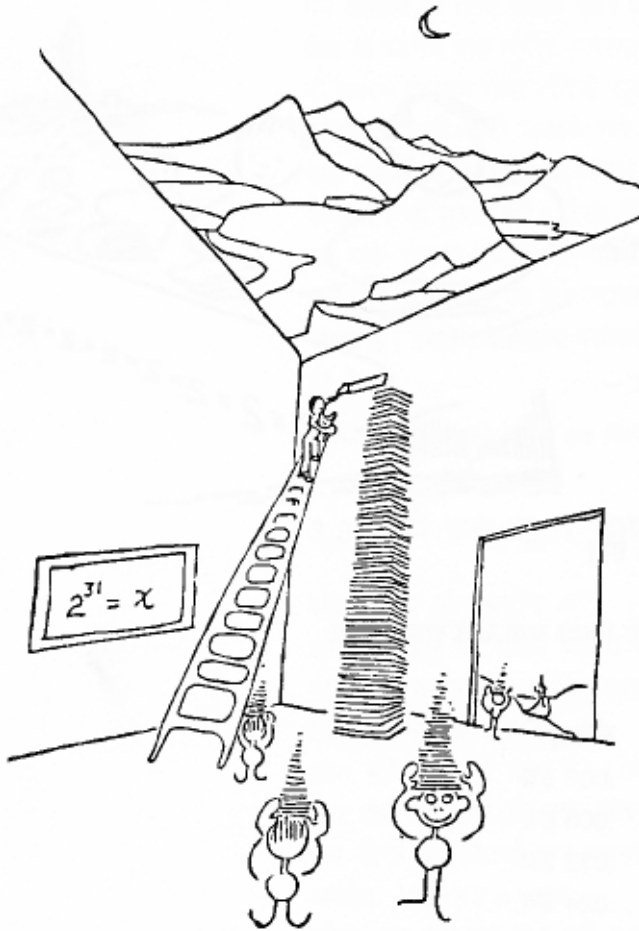
कागज़ों की संख्या		मोटाई
पहली बार	1	.003 इंच
दूसरी बार	2	.006 इंच
तीसरी बार	4	.012 इंच
चौथी बार	8	.024 इंच
पाँचवीं बार	16	.048 इंच
छठी बार	32	.096 इंच
सातवीं बार	64	.192 इंच
आठवीं बार	128	.384 इंच
बत्तीसवीं	2147483648	6442450.9 इंच

यदि आपमें ऐसे करते रहने का धैर्य है तो आपको पता चलेगा कि 32वीं बार के बाद कागज़ों की संख्या 2147483648 तथा इनकी ऊँचाई 6442450.9 इंच हो जाएगी। दूसरे शब्दों में, कागज़ों का पूरा ढेर 6442451 इंच मोटा हो जाएगा। इसे फीट में बदलने के लिए हमें 12 से भाग देना होगा, जो 536871 फीट के बराबर होगा।

शायद आप जवाब मीलों में चाहते हों !

इसके लिए अब इसे 5280 से भाग दें।





क्योंकि आप जानते ही होंगे कि एक मील में 5280 फीट होते हैं।  
 इस तरह लगभग 102 मील बने !  
 अब 100 मील से अधिक ऊँचे कागज़ों के ढेर की कल्पना करें !  
 क्या आप फिर आश्चर्य में पड़ गए?  
 शायद आप जवाब कि.मी. में चाहते हों !  
 इसके लिए आप 536871 को 3280 से भाग दें क्योंकि एक कि.मी. में लगभग 3280 फीट होते हैं।  
 इस तरह बने लगभग 163 कि.मी.।  
 ध्यान रहे, हिमालय की सबसे ऊँची चोटी यानि एवरेस्ट शिखर की ऊँचाई 8 कि.मी. है।  
 लीजिए अब कल्पना करें कि यह कागज़ों का ढेर कितना ऊँचा है। यानि हिमालय पर्वत से 20 गुणा! क्या आप फिर आश्चर्य में पड़ गए?  
 क्या आपके मन में अचानक इसका उत्तर आया या फिर आपने कागज़ों के ढेर को जमाकर उत्तर जानने की कोशिश की।  
 या फिर आपने हमारी जैसी ही गणना की?

(\*दें एजुकेशन ऑफ़ टी.सी. मिट्स (दें कॉमन मैन इन दें स्ट्रीट): लेखक - एल.आर. और एच.जी. लीबेर, (1942) के एक लेख पर आधारित)



## खंड 4

### अंक बनाम तारीख

वॉलेंटियर सभी शिक्षार्थियों को अपने-अपने जन्म की तारीख पर बात करने के लिए प्रोत्साहित करें। कितनों को अपने जन्म के महीने की जानकारी है?

कितने यह बता सकते हैं कि उनके बच्चे कब पैदा हुए थे?

क्या किसी के पास "जन्म प्रमाणपत्र" है? या स्कूल के प्रमाणपत्र में जन्म तिथि लिखी हुई है? ऐसे प्रमाणपत्रों की कब ज़रूरत पड़ती है?

हम तारीख को अंकों में कैसे लिख सकते हैं? कहाँ दिन, महीना तथा वर्ष को केवल अंकों में लिखना पड़ता है? 15.08.1947 की तारीख यानि पंद्रह अगस्त उन्नीस सौ सैंतालिस का क्या महत्व है?

वॉलेंटियर यह समझायें कि इस तारीख को अंकों में कैसे लिखते हैं। क्या किसी को याद है कि उस दिन क्या हुआ था? इसी विशेष दिन के बारे में हाल ही में बहुत चर्चा हुई है। क्या उन्हें इन 50 वर्षों में अपने रहन-सहन के स्तर में या अपने गाँव की स्थिति में कोई फर्क नज़र आता है? ऐसे सवालों पर भी चर्चा करें।

अब से 20 वर्ष बाद कौन सा वर्ष आएगा? क्या वे सोचते हैं कि तब उनके रहन-सहन के स्तर में कोई फर्क आएगा? यदि हाँ तो किस मायने में फर्क आएगा? इसी तरह तारीखों और संख्याओं को केवल गणित का अभ्यास न मानें, पर उनसे सामाजिक संदर्भों को भी जोड़कर चर्चा करवाएँ।

#### अंतिम तारीख – (दवाइयों पर)

महेन्द्री ने दवाई की दुकान से कुछ गोलियाँ खरीदीं तथा उन पर लिखी अंतिम तारीख (एक्सपाइरी डेट) को पढ़ा। उसने पाया कि दवा बहुत पुरानी थी, अतः उसका सेवन करना नुकसानदायक होता। इसलिए उसने वापिस जाकर उसके बदले में नई दवा ली। आइए, देखें कि उसने अंतिम तारीख का पता कैसे किया।

उसने दवा के पैकेट पर लिखी दो तारीखों को पढ़ा। ये तारीखें छोटे आकार में लिखी होने के बावजूद भी महत्वपूर्ण थीं। उसने पाया कि अंग्रेज़ी में कुछ लिखा था –

Date of mfg. (दवा तैयार करने की तारीख) OCT. 1997 थी।

Exp. date (सेवन करने की अंतिम तारीख) MAR. 1999 थी।

हमारे लिए इतना काफी है कि हम पहले वर्षों पर नज़र डालें। ऊपर दी गई संख्या 1997 है। दवा इस वर्ष तैयार की गई। दूसरी तारीख का वर्ष है 1999। दवा का सेवन इसी वर्ष तक ही किया जा सकता था। इस तरह अब इस दवा को उपयोग में नहीं लाया जाना चाहिए। दवा-विक्रेता को ऐसी पुरानी दवाओं के स्टॉक को नहीं बेचना चाहिए। उसने बदलकर जो दवा ली उसपर अंतिम तारीख लिखी थी मार्च 2001।

Retail price not to exceed  
for each ampoule  
Local taxes extra

**Rs. 4.54**  
**B.No.GP-189**  
**MFD.OCT. 1999**  
**EXP.MAR. 2001**



## खंड 5

# अंकों की पहेलियाँ

### 5.1 सात अंकों में से

एक के बाद दूसरा अंक लिखते हुए 1 से 7 तक लिखिए –

1 2 3 4 5 6 7

अब आसानी से जोड़ तथा घटाव के चिह्न इनके बीच लगाकर 40 प्राप्त किया जा सकता है। जैसे,  $12 + 34 - 5 + 6 - 7 = 40$

55 प्राप्त करने के लिए इन अंकों का क्रम बदले बिना हम चतुराई से जोड़ तथा घटाव के चिह्न लगाकर :

इसके तीन हल लिख सकते हैं –

$$123 + 4 - 5 - 67 = 55; \quad 1 - 2 - 3 - 4 + 56 + 7 = 55;$$

$$12 - 3 + 45 - 6 + 7 = 55$$

### 5.2 नौ अंकों से सौ

एक से नौ तक के अंकों को लिखिए – 1 2 3 4 5 6 7 8 9

आप उसी तरह छह बार जोड़ तथा घटाव के चिह्नों की मदद से 100 प्राप्त कर सकते हैं :

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

यदि आप केवल चार बार ही जोड़ तथा घटाव का चिह्न लगाकर 100 प्राप्त करना चाहें, तो आप इस तरह लिख सकते हैं –

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100$$

अब आप केवल तीन बार जोड़ तथा घटाव का चिह्न लगाकर 100 प्राप्त करें। यह काफी मुश्किल तो है किंतु नामुमकिन नहीं।

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

इसका यही एकमात्र हल है। तीन बार से कम जोड़ तथा घटाव का चिह्न लगाकर 100 प्राप्त कर पाना नामुमकिन है। इस तरह की पहेलियों से जोड़ घटा के सवाल भी रोचक लगने लगते हैं। बेमाने अभ्यासों की जगह ऐसे

सवाल हों तो सभी की रुचि बनी रहती है। ऐसे अन्य सवाल ढूँढिये और खुद बनाईये भी।

### 5.3 इकाई

**सभी** दसों अंकों का प्रयोग करते हुए इकाई प्राप्त करें।

दो भिन्नों के जोड़ से ही इकाई प्राप्त कर सकते हैं।

$$148/296 + 35/70 = 1$$

जो गणित की विशेष जानकारी रखते हैं वे इसका अन्य हल भी समझ सकते हैं  
 $123456789^0$ ;  $234, 567^{9-8-1}$ , इत्यादि

चूँकि किसी भी संख्या का घात शून्य होने पर वह इकाई के बराबर होता है।



## 5.4 पाँच-दो से

हमारे पास केवल पाँच-दो हैं तथा हम गणित के सभी मूल चिहनों का प्रयोग कर सकते हैं। इन सबका प्रयोग करते हुए 15 तथा 11 प्राप्त करना है।

$$22/2 + (2 \times 2) = 15; \quad (2 \times 2)^2 - 2/2 = 15;$$

$$22/2 + 2 + 2 = 15; \quad (2 + 2)^2 - 2/2 = 15.$$

और 11 को इस तरह प्राप्त कर सकते हैं -  $22/2 + 2 - 2 = 11$ .

क्या पाँच बार दो का प्रयोग करते हुए 28 प्राप्त किया जा सकता है?

$$22 + 2 + 2 + 2 = 28$$

## 5.5 चार-दो से

111 पाने के लिए चार-दो का प्रयोग करें।

$$\text{उत्तर : } (222/2) = 111$$

## 5.6 "पाँच प्यारों" से सौ

पाँच एक जैसे अंकों से 100 प्राप्त करना है।

(i) पाँच-तीन से सौ

पाँच-तीन तथा जोड़, गुणा-भाग के चिहनों की मदद से हम 100 इस तरह दिखा सकते हैं -  $33 \times 3 + (3/3) = 100$

(ii) पाँच इक्कों से सौ  $111 - 11 = 100$

(iii) पाँच पंजों से सौ

$$5 \times 5 \times 5 - (5 \times 5) = 100; \quad (5 + 5 + 5 + 5) \times 5 = 100.$$

## 5.7 पाँच-तीन से दस

क्या आप पाँच बार तीन का प्रयोग करके 10 प्राप्त कर सकते हैं?

$$\text{इसका हल है : } (33/3) - (3/3) = 10$$

मजे की बात है पाँच-एक, पाँच-चार, पाँच-सात, पाँच-नौ या किसी भी पाँच एक जैसे अंकों से 10 प्राप्त करने का यही तरीका है।

$$(11/1) - (1/1) = (22/2) - (2/2) = (44/4) - (4/4) = (99/9) - (9/9), \text{ आदि।}$$

दरअसल पाँच बार 3 से 10 प्राप्त करने के और भी तरीके हैं –

$$\frac{3 \times 3 \times 3 + 3}{3} = 10;$$

$$(3^3/3) + (3/3) = 10$$

### 5.8 37 की संख्या

पाँच बार 3 से अब 37 प्राप्त करें।

इसके दो हल हैं :  $33 + 3 + 3/3 = 37$  ;  $\frac{333}{3 \times 3} = 37$



### 5.9 चार-तीन का कमाल

(i) हम 12 को चार तीन की मदद से आसानी से व्यक्त कर सकते हैं –

$$12 = 3 + 3 + 3 + 3$$

परंतु 15 तथा 18 को चार तीन की मदद से लिखना कुछ कठिन है

$$15 = (3 \times 3) + (3 + 3); \quad 18 = (3 \times 3) + (3 \times 3).$$

(ii) यदि इसी तरह आपको पाँच प्राप्त करना होता तो शायद आप इसका हल इतना जल्द नहीं निकाल सकते।

$$5 = \frac{3+3}{3} + 3$$

अब 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 अंकों को प्राप्त करने के तरीकों को देखें।

$$1 = (33/33)$$

$$2 = (3/3) + (3/3);$$

$$3 = \frac{3+3+3}{3};$$

$$4 = \frac{3 \times 3 + 3}{3};$$

$$6 = (3 + 3) \times (3/3).$$

हमने केवल छह तक का हल दिया है। अब बाकी आप स्वयं हल कीजिए। यहाँ दिए गए हलों के अलावा भी कई और तरीके हो सकते हैं। सोचिये।

### 5.10 चार-चार का करिश्मा

यदि आप पिछले प्रश्नों को हल कर चुके हों तथा इसी तरह के कुछ और प्रश्न हल करना चाहते हों तो लीजिए यह सवाल। चार-चार की मदद से 1 से 10 तक के अंकों को प्राप्त करने का प्रयास करें। यह पिछले सवाल से ज्यादा

मुश्किल नहीं है। यहाँ दिए गए हल को देखने से पहले ज़रा अपना सर भी खुजलाइये। कुछ बूझ पाये?

$$1 = (44/44) \text{ या } \frac{4+4}{4+4} \text{ या } \frac{4 \times 4}{4 \times 4}, \text{ इत्यादि}$$

$$2 = (4/4) + (4/4) \text{ या } \frac{4 \times 4}{4+4};$$

$$3 = \frac{4+4+4}{4} \text{ या } \frac{(4 \times 4)-4}{4};$$

$$4 = 4 + 4 \times (4 - 4);$$

$$5 = \frac{(4 \times 4) + 4}{4};$$

$$6 = (4 + 4)/4 + 4;$$

$$7 = 4 + 4 - (4/4) \text{ या } (44/4) - 4;$$

$$8 = 4 + 4 + 4 - 4 \text{ या } 4 \times 4 - 4 - 4;$$

$$9 = 4 + 4 + (4/4);$$

$$10 = \frac{44 - 4}{4}$$

### 5.11 चार-पाँच से 16

चार बार पाँच का प्रयोग करते हुए 16 प्राप्त करें। इसका एकमात्र हल इस प्रकार है :  $(55/5) + 5 = 16$

### 5.12 पाँच-नौ से 10

क्या आप पाँच बार नौ का प्रयोग करते हुए कम से कम दो तरीकों से 10 प्राप्त कर सकते हैं?

$$9 + (99/99) = 10; \quad (99/9) - (9/9) = 10.$$

जो गणित में निपुण हैं, वे अन्य कई हल ढूँढ सकते हैं। जैसे –

$$(9 + 9/9)^{9/9} = 10; \quad \text{या} \quad 9 + 99^{9/9} = 10.$$

### 5.13 तीन समान अंकों से कोई संख्या

(i) तीन आठ की मदद से 24 लिखना काफी आसान है, जैसे,  $8 + 8 + 8$ । क्या यही आप अन्य तीन एक जैसे अंकों की मदद से भी कर सकते हैं? इस प्रश्न के दो हल हैं :  $22 + 2 = 24$ ;  $3^3 - 3 = 24$

(ii) तीन पाँच की मदद से 30 व्यक्त करना आसान है, जैसे  $(5 \times 5) + 5$  परंतु अन्य एक जैसे अंकों की मदद से इसे व्यक्त करना काफी मुश्किल है। कोशिश कीजिए, आपको इसके कई हल मिल सकते हैं।

इसके तीन हल इस प्रकार हैं –

$$6 \times 6 - 6 = 30; \quad 3^3 + 3 = 30; \quad 33 - 3 = 30.$$

### 5.14 एक हज़ार

क्या आप आठ एक जैसे अंकों की मदद से 1000 प्राप्त कर सकते हैं?

$$888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$$

### 5.15 बीस पायें

यहाँ तीन संख्याएँ एक के नीचे एक लिखी गई हैं –

अब 6 अंकों को इस तरह काटें ताकि बचे अंकों का योग 20 हो जाए। कोशिश कीजिए, पहली मज़ेदार है।

उत्तर : काटे गए अंकों के स्थान पर शून्य रखा गया है।

अब देख लीजिए, बचे अंकों का योग 20 ही है। यानि,  $11 + 9 = 20$

### 5.16 जोड़ तथा गुणा की पहली

ऐसी कौन सी दो संख्याएँ हैं जिनका जोड़ उनके गुणा से 1 अधिक होता है?

ऐसी संख्याएँ कई हैं; जैसे –

$$3 \times 1 = 3; \quad 3 + 1 = 4;$$

$$10 \times 1 = 10; \quad 10 + 1 = 11.$$

आप देखेंगे कि कोई भी दो संख्याएँ जिसमें से एक इकाई हो, इस पहली का हल हो सकती है। इसका कारण यह है कि संख्या में एक जोड़ने से एक की वृद्धि तो होती है परंतु गुणा करने से कोई परिवर्तन नहीं आता है।

### 5.17 योगफल और गुणनफल का समान होना

(i) ऐसी कौन सी दो संख्याएँ हैं जिनका योगफल तथा गुणनफल समान होता है? वे संख्याएँ हैं 2 तथा 2 (पूर्णांकों में यह एक ही हल है)



(ii) ऐसी कौन सी तीन संख्याएँ हैं जिनका गुणनफल तथा योगफल बराबर होता है? 1, 2 तथा 3 का गुणनफल और योगफल बराबर होता है।

$$1 + 2 + 3 = 6 \qquad 1 \times 2 \times 3 = 6$$

### 5.18 गुणा तथा भाग

(i) ऐसी दो पूर्ण संख्याएँ कौन सी हैं जिनमें बड़ी संख्या को छोटी से भाग देने पर तथा उनको परस्पर गुणा करने पर उत्तर बराबर आता है?

ऐसे कई संख्याओं के जोड़े हैं। उनमें से एक संख्या 1 है।

$$\begin{array}{ll} 2 \div 1 = 2, & 2 \times 1 = 2, \\ 7 \div 1 = 7, & 7 \times 1 = 7, \\ 43 \div 1 = 43, & 43 \times 1 = 43. \end{array}$$

(ii) दो अंकों वाली एक ऐसी संख्या है, कि उस संख्या को उसके अंकों के जोड़ से भाग दिया जाए तो उत्तर भी अंकों का जोड़ ही होगा। वह संख्या ज्ञात करें।

जो संख्या हमें चाहिए वह निश्चित रूप से वर्ग संख्या होनी चाहिए। दो अंकों वाली संख्याओं में केवल छह वर्ग संख्याएँ हैं। इस तरह जाँचते हुए हम उस एकमात्र उत्तर को ढूँढ सकते हैं, जो 81 है –

$$81 / (8+1) = 8+1$$

111  
777  
999

011  
000  
009

### 5.19 दस गुना अधिक

12 तथा 60 की एक अद्भुत विशेषता है – यदि हम इनको परस्पर गुणा करें तो हमें जो उत्तर प्राप्त होगा वह इनके योग का 10 गुणा होगा।

$$12 \times 60 = 720, \quad 12 + 60 = 72.$$

इसी तरह अन्य जोड़ों को ढूँढिए। हो सकता है कि आपको ऐसी ही विशेषता वाले कई जोड़े मिल जाएँ। ऐसी ही संख्याओं के चार अन्य जोड़े इस प्रकार हैं : 11 और 110; 14 और 35; 15 और 30; 20 और 20.

दरअसल,

$$\begin{array}{ll} 11 \times 110 = 1210; & 11 + 110 = 121; \\ 14 \times 35 = 490; & 14 + 35 = 49; \\ 15 \times 30 = 450; & 15 + 30 = 45; \\ 20 \times 20 = 400; & 20 + 20 = 40. \end{array}$$

इस प्रश्न का और कोई हल नहीं है। जाँच विधि द्वारा हल ढूँढना थकाऊ काम है तथा बीजगणित का बुनियादी ज्ञान होने से यह काम आसान हो सकता है। इससे हम न सिर्फ सभी हल ढूँढ सकते हैं बल्कि इससे यह भी सुनिश्चित होता है कि इस प्रश्न के पाँच से अधिक हल संभव नहीं हैं।

## 5.20 दो अंकों से छोटी-से-छोटी संख्या

दो अंकों से लिखी जाने वाली सबसे छोटी संख्या कौन-सी है? कई लोगों का यह विचार हो सकता है कि वह संख्या 10 है। नहीं, वह संख्या एक है जिसे इस प्रकार लिख सकते हैं –  $1/1, 2/2, 3/3, 4/4, \dots, 9/9$  तक। जो गणित को और अच्छे ढंग से जानते हों वे इन उत्तरों के साथ-साथ कई और उत्तर भी दे सकते हैं:  $1^0, 2^0, 3^0, 4^0, \dots, 9^0$  तक क्योंकि जिस संख्या की घात शून्य हो, वह इकाई के बराबर होती है।

## 5.21 चार-एक का करें मुकाबला

चार-एक की मदद से लिखी जाने वाली बड़ी-से-बड़ी संख्या कौन-सी है? यह प्रश्न इतना आसान नहीं है जितना आप सोच रहे होंगे।

इस प्रश्न का आम उत्तर होगा 1111 किन्तु यह संख्या उस बड़ी संख्या से काफी कम है : 11''

यह संख्या 1111 से 250,000,000 गुना अधिक।

## 5.22 गुणा के कुछ अनूठे उदाहरण

(आपको गणित की अपेक्षा धैर्य की अधिक ज़रूरत पड़ेगी)

दो संख्याओं के गुणा के इस उदाहरण पर ध्यान दीजिए –

$$48 \times 159 = 7,632$$

इसमें यह ध्यान देने योग्य है कि नौ अंकों में से प्रत्येक अंक यहाँ पर एक बार ही आया है। क्या आप ऐसे कुछ और उदाहरण सोच सकते हैं? यदि हाँ, तो वे कितने हैं?

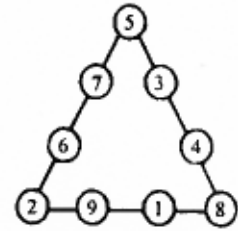
यहाँ धैर्य रखने वाले पाठकों के लिए नौ ऐसे उदाहरण दिए जा रहे हैं जिनका गुणा प्रश्न के अनुरूप है –

$12 \times 483 = 5,796$	$48 \times 159 = 7,632$
$42 \times 138 = 5,796$	$28 \times 157 = 4,396$
$18 \times 297 = 5,346$	$4 \times 1738 = 6,952$
$27 \times 198 = 5,346$	$4 \times 1963 = 7,852$
$39 \times 186 = 7,254$	

### 5.23 अंकों का त्रिभुज

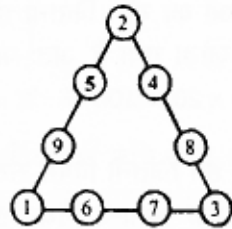
त्रिभुज में दिए गए वृत्तों में सभी नौ अंकों को इस तरह भरिए कि त्रिभुज की प्रत्येक भुजा के अंकों का योग 20 हो।

अन्य हल पाने के लिये हम भुजाओं के बीच के अंकों को अदल-बदल कर दे सकते हैं।



### 5.24 एक और त्रिभुज

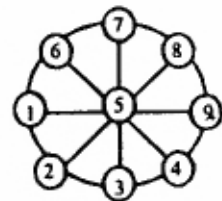
पिछले प्रश्न को इस प्रकार दुहराओ कि प्रत्येक भुजा का योग 17 हो। यहाँ भी इस प्रश्न का हल दिया जा रहा है। दूसरे हल पाने के लिए प्रत्येक भुजा के बीच वाले अंकों को अदल-बदल कर लिखा जा सकता है।



### 5.25 अंक-चक्र

चक्र में 1 से 9 तक के अंकों को इस तरह भरिए कि एक अंक केन्द्र में रहे, बाकी परिधि पर, तथा प्रत्येक रेखा के तीनों अंकों का योग 15 हो।

(साभार - फन विद मैथ्स एंड फिज़िक्स, बाई.एल. पेरेलमन, मीर पब्लिशर्स, 1984)



## खंड 6

### अंकों के पैटर्न

**अंक पैटर्न** की समझ गणितीय तर्क के लिए लाभदायक है। पैटर्न से संबद्ध अभ्यास कार्य से विद्यार्थियों को अंकों के आपसी संबंधों को समझने में सहायता मिलती है। सम तथा विषम संख्याओं का क्रम, वर्ग, द्विचर क्रम आदि पैटर्नों के महत्व को दिखाया जा सकता है।

विषम संख्याओं को क्रम में लिखिए – 1, 3, 5, 7, 9 .....

पहली दस (या बीस, या सौ) विषम संख्याओं के योग को लें। अंकों को उल्टे क्रम में एक बार और लिखकर उनका योग कीजिए –

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + & 7 & + & 9 & + & 11 & + & 13 & + & 15 & + & 17 & + & 19 \\ \hline 19 & + & 17 & + & 15 & + & 13 & + & 11 & + & 9 & + & 7 & + & 5 & + & 3 & + & 1 \\ \hline 20 & & 20 & & 20 & & 20 & & 20 & & 20 & & 20 & & 20 & & 20 & & 20 \end{array}$$

प्रत्येक खड़ी रेखा को देखें तो संख्याओं का योग 20 है। यहाँ ऐसे कितने योग हैं? पहली दस विषम संख्याओं का योग कितना होता है? चूँकि पहली दस विषम संख्याओं को दो बार जोड़ा गया है, अतः पहली दस विषम संख्याओं का योग होगा :  $(1/2) \times 10 \times 20 = 100$

**यहाँ तक तो ठीक है।** परंतु हम जितनी विषम संख्याओं का योग चाहते हैं, उनकी गणना के लिए क्या एक सामान्य नियम ज्ञात कर सकते हैं?

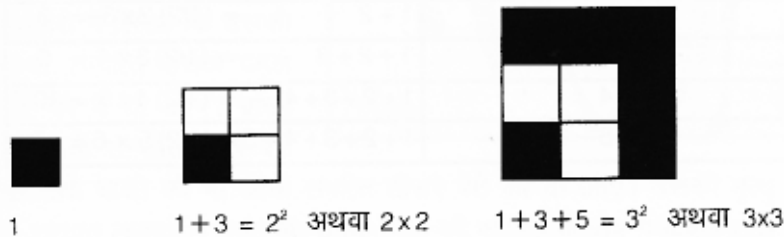
दिया गया प्रश्न ही इस प्रश्न को हल करने की कई तरकीबें बताता है। इससे हल निकालने में मदद मिलती है। पहली सौ विषम संख्याओं का योग करने के बजाय पहली चार या पाँच विषम संख्याओं का योग कीजिए। अर्थात् शिक्षार्थियों को दिखाइए कि इस तरह के प्रश्न, जिनका हल निकालना आसान है, उन्हें हल करने की शुरुआत किस तरह करें। उन्हें यह भी बताइए कि आँकड़ों को कैसे सुव्यस्थित ढंग से लिखा जाए जिससे कि उनका एक पैटर्न बन जाए। क्या इनके योग का भी कोई पैटर्न होता है?

विषम संख्याएँ	
संख्याएँ (च)	योग
2	1+3 = 4
3	1+3+5 = 9
4	1+3+5+7 = 16

यहाँ शिक्षार्थियों की मदद करें ताकि वे खुशी से "आह!" कर बैठें।

$$4 = 2^2, 9 = 3^2 \dots\dots\dots \text{ तथा } 100 = 10^2$$

वर्ग संख्याओं के क्रम पर अलग से चर्चा कर और भी सामान्यता प्राप्त कर सकते हैं। पहली "च" विषम संख्याओं का योग है  $- च^2$  या  $च \times च$ । संख्याओं का ज्यामितीय मॉडल, शिक्षार्थियों को ठोस रूप में समझ प्रदान करता है। यह ऊपर निकाले गये योग के पैटर्न को स्पष्ट रूप से दिखाता है।



पिछली गतिविधि, विद्यार्थियों की रुचि अन्य अंकों के योग में भी पैदा कर सकती है। कैसा रहे अगर हम संपूर्ण संख्याओं का योग करें। आइए कुछ संख्याओं से आरंभ करते हैं। मिसाल के तौर पर पहली चार संख्याओं का योग  $1 + 2 + 3 + 4$  लेते हैं। देखते हैं क्या इनके क्रम को उलटने से काम चल सकता है -

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + 4 \\
 \text{उल्टे क्रम में} \quad \underline{4 + 3 + 2 + 1} \\
 \text{योग} \quad \quad \quad 5 + 5 + 5 + 5 = 4 \times 5 \\
 \\
 \text{अतः } 1 + 2 + 3 + 4 = (1/2) \times 4 \times 5 = 10
 \end{array}$$

यहाँ चार संख्याओं को जोड़ा गया है। अर्थात् चारों खड़ी रेखाओं की संख्याओं का योग, 5 है और सबसे बड़ी संख्या 4 से एक अधिक है। इससे

4x5 या 20 प्राप्त होता है। परंतु यह तो जिस योग को ज्ञात करना है उसका दूना है। अतः उत्तर  $(1/2) \times 20$  या 10 होगा। एक और प्रश्न हल करते हैं। पहली पाँच संख्याओं के योग निकालने के लिए इस तरह लिखें—

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\ \text{उल्टे क्रम में} \quad 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\ \hline \text{योग} \quad 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 5 \times 6 \end{array}$$

अतः  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = (1/2) 5 \times 6 = 15$

अब इन खोजों से मिले तथ्यों को एक पैटर्न के रूप में लिखते हैं। वॉलिटियर टीचर (वी.टी.) को इसमें मजा आएगा। खासतौर पर यदि उन्हें अपनी पढाई के दौरान इन पैटर्नों को समझे बगैर इनके सूत्रों को कंठस्थ करना पड़ा हुआ होगा।

पूर्ण संख्याएँ	
संख्याएँ (च)	योग
2	$1 + 2 = (1/2) 2 \times 3 = 3$
3	$1 + 2 + 3 = (1/2) 3 \times 4 = 6$
4	$1 + 2 + 3 + 4 = (1/2) 4 \times 5 = 10$
5	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = (1/2) 5 \times 6 = 15$

क्या पहली छः संख्याओं का योग  $= (1/2) 6 \times 7$  है? जानने का प्रयास कीजिए। आइये, अब इनका सामान्यीकरण करें।

पहली “च” क्रमिक संख्याओं का योग  $(1/2) च (च + 1)$ , होता है; पहली बीस संख्याओं का योग  $(1/2) 20 \times 21$  होता है;

पहली सौ संख्याओं का योग  $(1/2) 100 \times 101$  होता है;

तथा पहली पैंतीस संख्याओं का योग  $(1/2) 35 \times 36$  होता है।

देखिये, यह नियम आपको सही उत्तर दे रहा है?

खंड 7

## अंकों की कहानियाँ

### 7.1 मोलक्का का घोड़ा

एक व्यापारी था। उसके तीन बेटे थे। कोई भी बेटा उसके व्यवसाय में रुचि नहीं रखता था। सारा हिसाब-किताब उसका प्रबंधक देखा करता था। अचानक एक दिन वह बीमार पड़ गया। अपने अंतकाल में उसने एक वसीयत तैयार की। इसमें व्यापारी ने लिखा कि उसकी आधी सम्पत्ति उसके पहले बेटे को दे दी जाए। बाकी की आधी सम्पत्ति दूसरे बेटे को तथा बाकी की भी आधी सम्पत्ति तीसरे बेटे को दी जाए। उसकी मृत्यु के पश्चात् लड़कों ने देखा कि उनके पिता की सम्पत्ति के रूप में केवल सात घोड़े रह गए हैं।



आर० जी० रवल की पेंटिंग।

वसीयत के अनुरूप सम्पत्ति के बँटवारे के लिए उन्हें घोड़ों को काटना पड़ता। अतः वे असमंजस में पड़ गए। तभी मोलक्का नाम का एक बुद्धिमान आदमी उनकी सहायता के लिए आया। पहले तो उसने उन्हें अपना घोड़ा उपहार में दे दिया। तब कुल सम्पत्ति के रूप में 8 घोड़े हो गए। जैसा वसीयत में लिखा गया था, पहले बेटे को कुल सम्पत्ति का आधा अर्थात् 4 घोड़े मिले। दूसरे बेटे को बाकी 4 का आधा अर्थात् 2 घोड़े मिले तथा तीसरे को उसका भी आधा अर्थात् 1 घोड़ा मिला। कुल मिलाकर घोड़े  $4+2+1=7$  हुए। मोलक्का अपने घोड़े पर सवार होकर घर को चल दिया।

## 7.2 एक राजा ने गिने घोड़े

3 3 3  
3 3  
3 3 3

एक अनपढ़ महाराज के पास कुछ घोड़े हैं। घोड़ों की असली संख्या वह नहीं जानता है। वह बस इतना भर जानता है कि अस्तबल में प्रत्येक पंक्ति में 9 घोड़े रहते हैं। घोड़ों को इस तरह रखा जाता है। (चित्र)  
घोड़े कुल मिलाकर कितने हैं?



2 5 2  
5 5  
2 5 2

एक दिन कोई मुसाफिर चार घोड़े लेकर उस रास्ते आया। वह घोड़ों को एक रात के लिए शाही अस्तबल में रखना चाहता था परंतु घोड़ों का प्रभारी राजी नहीं हो रहा था। कहीं महाराज अस्तबल में मुसाफिर के घोड़े देखकर क्रोधित न हो जाएँ। मुसाफिर ने कहा कि वह ऐसी युक्ति लगाएगा कि महाराज का घोड़ों पर ध्यान ही नहीं जाएगा। उसने घोड़ों को इस प्रकार सजाया। (चित्र)

4 1 4  
1 1  
4 1 4

महाराज रोज़ की तरह अस्तबल में आए तथा वहाँ उन्हें कोई परिवर्तन नजर नहीं आया। अतिरिक्त घोड़ों पर उनका ध्यान ही नहीं गया। अगली सुबह मुसाफिर जल्दी से खिसकने में कामयाब हो गया। जाने से पहले वह घोड़ों को इस प्रकार से सजाकर गया। (चित्र)

इस बार भी महाराज को तो कोई परिवर्तन नजर नहीं आया। परंतु क्या आपको परिवर्तन नजर आ रहा है? मुसाफिर अपने साथ महाराज के कितने घोड़े ले गया?



## खंड 8

# अंकगणित के साथ मस्ती

### 8.1 अंगुलियों की मदद से गुणा

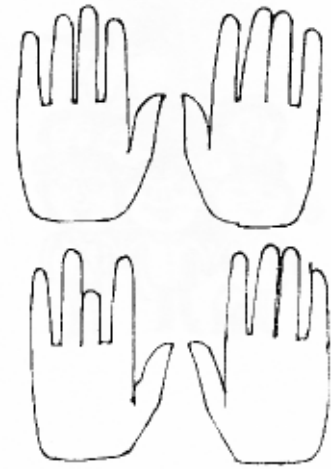
यदि आपको ढंग से पहाड़े याद न हों तथा 9 से गुणा करने में दिक्कत आती हो तो आपकी अपनी अंगुलियों आपकी मदद कर सकती हैं। अपने दोनों हाथों को मेज़ पर रखिए, आपकी 10 अंगुलियाँ आपका कंप्यूटर बन जाएंगी।

मानाकि आप 4 को 9 से गुणा करना चाहते हैं। आपकी चौथी अंगुली उत्तर देती है – इसकी बाईं ओर तीन अंगुलियाँ हैं तथा दाईं ओर छह। अतः आप पढ़िए 36, और  $4 \times 9 = 36$

दूसरा उदाहरण :  $7 \times 9 =$  कितना होता है?  
आपकी सातवीं अंगुली की बाईं ओर छह अंगुलियाँ हैं तथा दाईं ओर तीन।  
अतः उत्तर है : 63

$9 \times 9$  कितना होता है?  
नवीं अंगुली की बाईं ओर आठ अंगुलियाँ हैं तथा दाईं ओर एक। अतः उत्तर होगा 81।

यह जीवंत कंप्यूटर आपको यह ध्यान दिलाएगा कि उदाहरण के तौर पर,  $6 \times 9 = 54$  होता है न कि 56, जो आमतौर पर लोग गलती करते हैं।



### 8.2 बिल्लियाँ और चटाईयाँ

एक बार कुछ बिल्लियों को  
मिल गई कुछ चटाईयाँ।  
परंतु यदि हर चटाई पर  
बैठी हो एक बिल्ली  
तो एक बिल्ली को नहीं  
मिलती है चटाई।  
और अगर हर चटाई पर  
बैठी हों दो बिल्लियाँ  
तो एक चटाई रह जाती है खाली।



सोचो, समझो और बताओ  
कितनी थी बिल्लियाँ और कितनी चटाईयाँ ?

उत्तर : चार बिल्लियाँ और तीन चटाईयाँ ।

### 8.3 कुल कितने बच्चे हैं?



(i) मेरी जितनी बहनें हैं उतने ही भाई भी हैं। परंतु मेरी हर बहन की बहनों की अपेक्षा दो गुना अधिक भाई हैं। हम कुल कितने हैं?

उत्तर : सात। जिसमें चार भाई तथा तीन बहनें। प्रत्येक भाई के तीन भाई तथा तीन बहनें हैं, प्रत्येक बहन के चार भाई तथा दो बहनें हैं।

(ii) मेरे छह बेटे हैं। प्रत्येक भाई की एक बहन है। मेरे कुल कितने बच्चे हैं?

उत्तर : सात। छः बेटे तथा 1 बेटी (आम उत्तर होगा 12, परंतु तब प्रत्येक बेटे की छः बहनें होंगी न कि एक बहन)

### 8.4 मछली और बाप-बेटे

दो बाप तथा दो बेटों ने जी भरकर तीन भुनी मछलियाँ खाईं, प्रत्येक ने पूरी-पूरी मछली खाई। बताइए, कैसे?

उत्तर : सीधी सी बात है। खाने वाले तीन थे, न कि चार। दादा, उसका बेटा तथा पोता।



### 8.5 उम्र में कौन है बड़ा?

दो वर्षों में मेरे बेटे की उम्र दो वर्ष पहले की तुलना में दोगुनी हो जाएगी तथा मेरी बेटी की उम्र तीन वर्षों में, तीन वर्ष पहले की अपेक्षा तीन गुनी हो जाएगी। उम्र में कौन बड़ा है? मेरी बेटी या मेरा बेटा?

उत्तर : कोई बड़ा नहीं है। वे दोनों जुड़वाँ हैं तथा इस समय प्रत्येक की उम्र छः वर्ष है। इसकी गणना करना आसान है। अब से दो वर्ष पहले की अपेक्षा अब से दो वर्ष बाद बेटे की उम्र चार वर्ष अधिक होगी, और उस समय की उम्र से दोगुनी होगी। अतः दो वर्ष पहले वह चार वर्ष का था। इस प्रकार अब उसकी उम्र  $4 + 2 = 6$  वर्ष है। बेटी की उम्र भी इतनी ही है।

## 8.6 घोंघा

एक घोंघा 15 मीटर ऊँचे पेड़ पर चढ़ रहा था। हर दिन वह 5 मीटर चढ़ता परंतु हर रात को सोने के कारण वह चार मीटर नीचे फिसल जाता था। पेड़ की फूँगी तक पहुँचने में घोंघे को कितने दिन लगे?

उत्तर : 11 दिन। पहले 10 दिनों में घोंघा 10 मीटर तक चढ़ पाया होगा, यानी एक दिन में एक मीटर। अगले दिन वह बाकी 5 मीटर चढ़ गया अर्थात् वह उस लक्ष्य तक पहुँच गया। (आम उत्तर 15 दिन मिलेगा)



## 8.7 दो स्कूली बच्चे

एक बच्चे ने अपने साथी से कहा, "मुझे एक सेब दो, इससे मेरे पास तुमसे दुगुने सेब हो जाएंगे।" "यह अच्छा नहीं होगा", उसके साथी ने जवाब दिया, "तुम मुझे एक सेब दो तो हमारे पास बराबर सेब हो जाएंगे"। शुरु में दोनों के पास कितने-कितने सेब थे ?

उत्तर : एक सेब की अदला-बदली करने से सेबों की संख्या बराबर हो जाती है। तब यह विचार आता है कि एक के पास दूसरे से दो सेब अधिक थे। यदि हम छोटी संख्या में से एक सेब कम कर दें तथा इससे बड़ी संख्या में जोड़ दें तो यह अंतर दो से बढ़कर चार हो जाएगा। हम जानते हैं कि वही संख्या छोटी संख्या की दूनी हो जाएगी। इस तरह छोटी संख्या है 4 तथा बड़ी 8।

अदला-बदली करने से पहले एक बच्चे के पास  $8-1 = 7$  सेब थे, तथा दूसरे के पास  $4+1 = 5$  सेब थे। अब हम जाँच करते हैं कि बड़े में से एक सेब कम करके छोटे में मिलाने से वे बराबर होते हैं या नहीं :

$$7-1 = 6; 5+1 = 6$$

अतः एक लड़के के पास 7 तथा दूसरे के पास 5 सेब हैं।

## 8.8 तितलियाँ और मकड़ियाँ

किसी बच्चे ने एक डिब्बे में तितलियों तथा मकड़ियों को इकट्ठा किया। अब उसके पास कुल 8 कीड़े हो गए हैं। डिब्बे में कुल 54 पैर हैं। डिब्बे में कितनी तितलियाँ तथा कितनी मकड़ियाँ हैं?

उत्तर : प्रश्न को हल करने से पहले हमें यह जान लेना चाहिए कि तितली और मकड़ी के कितने-कितने पैर होते हैं? तितली के छह और मकड़ी के आठ पैर होते हैं। इसको ध्यान में रखते हुए हमने माना कि डिब्बे में केवल तितलियाँ ही हैं। इस

तरह उनके पैर होने चाहिए  $6 \times 8 = 48$ , परंतु यहाँ तो 6 पैर कम पड़ रहे हैं। अब एक तितली की जगह एक मकड़ी लेते हैं। इससे पैरों की संख्या दो बढ़ जाएगी क्योंकि मकड़ी के दो पैर ज्यादा होते हैं। निश्चित रूप से तीन तितलियों को तीन मकड़ियों से बदलने पर पैरों की संख्या 54 हो जाएगी। परंतु तब तितलियों की संख्या घटकर 5 रह जाएगी और शेष मकड़ियाँ। इस तरह डिब्बे में 5 तितलियाँ तथा 3 मकड़ियाँ थीं। अब इसकी जाँच करें। पाँच तितलियों के हुए 30 पैर तथा तीन मकड़ियों के 24, योग हुआ  $30 + 24 = 54$ ।

इस प्रश्न को दूसरे ढंग से भी हल किया जा सकता है। हम यह मानें कि डिब्बे में 8 मकड़ियाँ हैं। परंतु तब पैरों की संख्या ज्यादा हो जाएगी। अब एक मकड़ी की जगह एक तितली मानकर पैरों की संख्या दो कम हो जाएगी। 54 पैर ज्ञात करने के लिए हमें पाँच बार ऐसे मकड़ियों को तितली से बदलना पड़ेगा। अर्थात् हम यह पाते हैं कि वहाँ तीन मकड़ियाँ हैं तथा बाकी तितलियाँ हैं।

## 8.9 अंकों को उलटने पर भी नहीं बदलने वाली संख्याएँ

“विलोमपद” ऐसे शब्द, वाक्य या वाक्य समूह होते हैं जिनके हिज्जे उल्टी तथा सीधी ओर से, एक ही होता है। यह उन पूर्ण संख्याओं पर भी लागू होता है जो उल्टा करने से बदलती नहीं हैं। उदाहरण के लिए किसी पूर्ण संख्या से शुरुआत करते हैं। इसको उल्टा करके दोनों का योग करें। जो अगला योग प्राप्त हुआ उसके साथ यह प्रक्रिया दुहराते हैं और इस प्रक्रिया को जारी रखते हैं जब तक कि “विलोमपद योग” प्राप्त न हो जाए। विलोमपद हमेशा कुछ बार ही योग करने पर प्राप्त हो जाता है। उदाहरण – 68 से तीन चरणों में विलोमपद मिल जाता है।

$$\begin{array}{r} 68 \\ + 86 \\ \hline 154 \\ + 451 \\ \hline 605 \\ + 506 \\ \hline 1,111 \end{array}$$

यदि दो अंकों वाली सभी संख्याओं के अंकों का जोड़ 10 से कम हो तो पहली बार में ही दो अंकों का विलोमपद निकल जाता है –  
जैसे,  $36 + 63 = 99$

परंतु यदि उनके अंकों का योग 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 या 18 हो तो इनका क्रमशः 2, 1, 2, 3, 4, 6, 6 चरणों में विलोमपद मिलता है। आप स्वयं इसकी जाँच कर सकते हैं तथा इस प्रक्रिया से अपना मनोरंजन भी कर सकते हैं।

## 8.10 जादुई वर्ग

प्राचीनकाल से लोग जादुई वर्गों की रचना करके अपना मन बहलाते रहे हैं। प्रश्न यह है कि वर्ग के विभिन्न खानों में संख्याओं (1 से शुरू करते हुए) को किस तरह सजाएँ कि सभी पंक्तियों, स्तंभों तथा विकर्णों के अंकों का योग बराबर हो।

4	3	8
9	5	1
2	7	6

छोटे से छोटे जादुई वर्ग में नौ खाने होते हैं। प्रयोग द्वारा आसानी से दिखाया जा सकता है कि चार खानों वाला जादुई वर्ग नहीं हो सकता। नीचे 9 खानों वाले जादुई वर्ग का उदाहरण दिया जा रहा है।

इस वर्ग में अब हमें या तो  $4+3+8$ , या  $2+7+6$  या  $3+5+7$  या  $4+5+6$  या तीन अंकों वाली कोई अन्य पंक्ति इस तरह जोड़नी है जिससे हर तरफ से योग 15 हो।

इसमें वर्ग बनाए बगैर उत्तर पहले ही दिया जा सकता है: वर्ग की तीनों पंक्तियों में सभी अंक दिए जाने चाहिए तथा उनका योग होना चाहिए :

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$$

दूसरी बात यह है कि कुल योग, हरेक पंक्ति के योग का तीन गुना होना चाहिए। अतः हर पंक्ति का योग  $45/3 = 15$  होगा।

इसी युक्ति को अपनाते हुए हम कितने ही खानों वाले जादुई वर्ग की किसी पंक्ति अथवा स्तंभों के अंकों का योग पहले से निर्धारित कर सकते हैं। हमें सिर्फ इसके सभी अंकों के योग को पंक्तियों की संख्या से विभाजित करना होगा।

*शून्य योग वाले जादुई वर्ग*

1	2	-3
-4	0	4
3	-2	-1

अपने लिए जादुई वर्ग की रचना करते समय उसके बुनियादी ढाँचे को याद रखना ज़रूरी है – शून्य योग वाले जादुई वर्ग के बीच वाले खाने में शून्य होता है।

अब अगर हम ऐसा जादुई वर्ग बनाना चाहें जिसके केन्द्र में 5 हो, तो ऊपर प्रत्येक अंक में 5 जोड़कर देखिए क्या बनता है।

**जादुई** वर्गों ने चीन तथा भारत, दोनों ही देशों के प्राचीन गणितज्ञों को आकर्षित किया था। सोलहवीं सदी में सुंदरा-सूरी ने शून्य योग वाला 4x4 का जादुई वर्ग तैयार किया था। क्या आप भी बनाना चाहेंगे? कोशिश कीजिये।

### 8.11 पाँच करोड़ लोग भी गलत हो सकते हैं!

**आइए**, एक बहुत ही साधारण प्रश्न पर विचार करें। मानाकि आपके पास ऐसी दो नौकरियों का विकल्प है –

- नौकरी-1 वार्षिक वेतन 1000/- रुपये से शुरू तथा प्रत्येक वर्ष 200/- की बढ़ोतरी।  
 नौकरी-2 छमाही वेतन 500/- रुपये से शुरू तथा प्रत्येक छः महीने में 50/- रुपये की बढ़ोतरी।

बाकी सभी मायनों में दोनों नौकरियों की शर्तें बिल्कुल एक समान हैं। इन दोनों नौकरियों में (पहले वर्ष के पश्चात्) बेहतर नौकरी कौन-सी होगी? ध्यान से सोचें तथा निर्णय लें। क्या आपने नौकरी-1 को बेहतर माना? इसके लिए क्या आपने इस प्रकार दलील दी?

चूँकि नौकरी-2 में हर छः महीने में 50/- रुपये की बढ़ोतरी होती है। यानी 100/- रुपये की सालाना बढ़ोतरी, इसलिए यह नौकरी-1, जिसमें 200/- रुपये की सालाना बढ़ोतरी होती है नौकरी-2 से कम अच्छी है।

आखिर आप चक्कर खा ही गये। आप अच्छी तरह जाँच कर देख लीजिये कि यह नतीजा सही नहीं। दोनों नौकरियों की कमाइयों इस प्रकार लिखी गई हैं –

		पहली छमाही	दूसरी छमाही	कुल सालाना
पहले साल	नौकरी-1	500/- रुपये	500/- रुपये	1000/- रुपये
	नौकरी-2	500/- रुपये	550/- रुपये	1050/- रुपये
दूसरे साल	नौकरी-1	600/- रुपये	600/- रुपये	1200/- रुपये
	नौकरी-2	600/- रुपये	650/- रुपये	1250/- रुपये
तीसरे साल	नौकरी-1	700/- रुपये	700/- रुपये	1400/- रुपये
	नौकरी-2	700/- रुपये	750/- रुपये	1450/- रुपये
चौथे साल	नौकरी-1	800/- रुपये	800/- रुपये	1600/- रुपये
	नौकरी-2	800/- रुपये	850/- रुपये	1650/- रुपये

ध्यान दें कि –

1. नौकरी-1 में पिछले वर्ष की तुलना में प्रत्येक वर्ष 200/- रुपये ज़्यादा मिलेंगे।
2. नौकरी-2 में पिछली छमाही की तुलना में प्रत्येक छमाही में 50/- रुपये ज़्यादा मिलेंगे। यह शुरू में किए गए वायदों के अनुसार है।

अतः प्रत्येक वर्ष नौकरी-2 में, नौकरी-1 की अपेक्षा 50/- रुपये ज़्यादा मिला करेंगे।

शायद आपको ताज्जुब हो रहा होगा। किंतु आप हतोत्साहित न हों, क्योंकि आपके साथ कई लोगों की एक जमात होगी। आप अपने मित्रों पर इसे आजमाइए, फिर आप पाएंगे कि अगर वे पहले से इससे वाकिफ नहीं हैं तो, वे भी आपकी तरह कर जाएंगे गलती। आप पायेंगे कि इसमें पाँच करोड़ लोग भी गलत हो सकते हैं !

(“द एजुकेशन ऑफ टी.सी. मिट्स (दि कॉमन मैन इन दि स्ट्रीट)” –एल.आर. लीवेर, डब्ल्यू.डब्ल्यू. नॉर्टन कं. (1942) से साभार।)

## 8.12 तंबोला

**शिक्षार्थियों को कागज़ के आयताकार टुकड़े दें। उन्हें उस पर नीचे बने टेबल की तरह ही 4 x 5 की टेबल बनाने के लिए कहें।**

इन्हें इन पर बने 20 खानों में से किन्हीं दो खानों में 1 से 10 (जिसमें दोनों शामिल हैं) के बीच की कोई दो संख्या लिखने दें। फिर वे 11- 20, 21- 30, 31- 40, 41- 50, ..... 91- 100 के बीच की कोई दो-दो संख्याएँ लिखें।

अच्छी तरह से मिलाये हुए 1 से 100 तक की संख्या वाले कार्डों की गड़डी में से शिक्षक एक कार्ड निकालकर दिखाता है। अगर उस कार्ड पर छपी संख्या 20 खानों में कहीं है तो शिक्षार्थी उस संख्या को काट दे। यह प्रक्रिया तब तक चलती रहेगी जब तक कि सभी कार्ड शिक्षक दिखा न दे। यदि एक पंक्ति के सभी नम्बर कट जाएँ तो वह पंक्ति पूरी मानी जाएगी। जो किसी भी पंक्ति को पहले पूरा कर लेगा वह उस पंक्ति को जीत लेगा। इसी तरह अन्य पंक्तियों के विजेताओं का भी निर्धारण किया जा सकता है।

इस उदाहरण में ग्रह शिक्षार्थी दूसरी पंक्ति को जीतता है। (चित्र)

72	12	78	1	82
<del>67</del>	<del>24</del>	<del>26</del>	<del>71</del>	<del>83</del>
48	8	57	35	97
47	64	14	83	94

### 8.13 मन की संख्या बूझें

एक घड़ी (या उसका चित्र) लें, जिस पर 1 से 12 तक अंक लिखे हों। शिक्षार्थी 1 से 12 (दोनों को शामिल कर) के बीच के किसी भी एक अंक को मन में सोचें। कोई खिलाड़ी घड़ी पर लिखी किसी भी संख्या को छूता है। प्रत्येक बार छूने पर शिक्षार्थी को मन में सोचे गए अंक में 1 जोड़ना होता है। ज्यों ही शिक्षार्थी एक-एक जोड़ता हुआ 20 तक पहुँचता है, उस समय खिलाड़ी जिस संख्या को छू रहा होगा वही शिक्षार्थी के मन में सोची गई संख्या होगी।

*खिलाड़ी के लिए निर्देश* – पहले सात बार छूने के लिए खिलाड़ी कोई भी संख्या चुन सकता है। आठवीं बार खिलाड़ी को यह तय कर लेना चाहिए कि वह 12 ही छूए। बस, यही मूल मंत्र याद रखे। उसके बाद घटते क्रम में 11, 10, 9, इत्यादि ..... छूना चाहिए।

*उदाहरण* – माना शिक्षार्थी ने मन में 10 सोच कर रख लिया है। प्रत्येक बार खिलाड़ी जब किसी संख्या को छूता है तो शिक्षार्थी मन में सोची गई संख्या में एक-एक जोड़ता चला जाता है। खिलाड़ी के निर्देश में बताया गया है कि खिलाड़ी आठवीं बार 12 को ही छूएगा। इस समय शिक्षार्थी एक-एक जोड़ता हुआ 18 तक पहुँचता है। अब खिलाड़ी नौवीं बार में (घटते क्रम से) 11 को छूएगा। इस समय शिक्षार्थी का जोड़ 19 हो जाता है। इसी तरह अगली बार शिक्षार्थी का जोड़ 20 हो जाता है और खिलाड़ी घड़ी पर 10 को छू रहा होता है, जिसे शिक्षार्थी ने मन में सोच रखा था।



## खंड 9

# अलग-अलग चीजों को फटाफट गिनना

क्या आप गिन सकते हैं?

यह प्रश्न तीन वर्ष से ज्यादा उम्र के व्यक्तियों को लिए अपमानजनक लगेगा। कौन नहीं गिन सकता? एक, दो, तीन करके गिनते रहने के लिए विशेष महारत की जरूरत नहीं होती। परंतु मुझे यकीन है कि यह साधारण-सा लगने वाला काम हमेशा आसान नहीं होता है। सब कुछ इस पर निर्भर करता है कि आखिर गिनती किस चीज की करनी है। किसी डिब्बे में रखी कीलों को गिनने में तो कोई दिक्कत नहीं है। परंतु अगर डिब्बे में कील के साथ-साथ स्क्रू भी हों और दोनों की संख्या अलग-अलग मालूम करनी हो तो आप कैसे करेंगे? क्या आप कीलों तथा स्क्रू की अलग-अलग ढेरियाँ बनाएंगे, फिर गिनती करेंगे?

यही समस्या धोबी के सामने आती है जब उसे धुलाई के कपड़ों की गिनती करनी होती है। वह सबसे पहले कपड़ों को इस तरह छाँटता है : एक ढेरी में कमीज, एक में तौलिए और इसी तरह बाकी कपड़े। इस थकाऊ काम के बाद ही वह प्रत्येक ढेरी के कपड़ों को गिनता है।

शायद ऐसे में तो कहा जा सकता है कि गिनती करनी नहीं आती। इस तरीके से अलग-अलग चीजों को गिनना बहुत ही असुविधाजनक है। इसमें अधिक मेहनत तो लगती ही है साथ ही गिनना कभी-कभी नामुमकिन भी हो जाता है। यह ठीक है कि आपको अगर कीलें अथवा धोबी की तरह धुलाई के कपड़े गिनने हों, तो इन्हें आसानी से छाँटकर अलग-अलग ढेरियों में रखा जा सकता है। परंतु आप उस वन-दरोगा (फॉरेस्टर) की जगह अपने आप को रखें, जो एक हैक्टेयर वन क्षेत्र के सभी सागौन, नीम, ताड़ तथा केले के पेड़ गिनना चाहता हो। वह सभी पेड़ों को उनकी प्रजाति के अनुसार अलग तो नहीं कर सकता है। अगर आप पहले सभी सागौन के पेड़ों को फिर नीम के तथा फिर ताड़ के और फिर केले के पेड़ों को गिनने लगे तो क्या आप पूरे वन क्षेत्र का चार बार चक्कर लगाएंगे?

क्या यह काम किसी आसान तरीके से नहीं किया जा सकता है। जैसे वन क्षेत्र का केवल एक चक्कर लगाकर? आसान तरीके हैं तथा प्राचीन समय से वन-दरोगा इन्हीं तरीकों का इस्तेमाल करते आ रहे हैं। यहाँ हम कील तथा स्क्रू के माध्यम से इस तरीके को स्पष्ट करेंगे।

(i) स्क्रू तथा कीलों को, बगैर अलग-अलग किए, एक ही बार में गिनने के लिए पैसिल तथा कागज़ लें। कागज़ पर एक टेबल बना लें। (चित्र)

कील	स्क्रू

अब गिनना आरंभ करें। आप कील या स्क्रू को डिब्बे में से निकालते जाइए। अगर कील निकले तो कील वाले खाने में और अगर स्क्रू निकले तो स्क्रू वाले खाने में डैश लगाते जाइए। यह प्रक्रिया तब तक जारी रखें जब तक डिब्बा खाली न हो जाए। अंत में आप देखेंगे कि कील वाले खाने में उतने ही डैश होंगे जितनी डिब्बे में कीलें। ऐसे ही स्क्रू वाले खाने में भी उतने ही डैश होंगे जितने डिब्बे में स्क्रू। अब सिर्फ डैश की संख्या गिनना रहता है।

हम गिनती की प्रक्रिया को और आसान बना सकते हैं। इसके लिए हम एक के बाद एक डैश न लगाकर बल्कि उन्हें पाँच डैशों के समूह में दिखाते हैं, जैसा कि नीचे दिखाया गया है -

||||    |||    |||    |||    |||

इस तरह समूह में सजाए गए डैशों को गिनना आसान है। आप तुरंत देखेंगे कि यहाँ पूरे दस डैशों के तीन समूह हैं। उसके बाद पाँच और तीन डैश हैं।

इस प्रकार ये  $30 + 5 + 3 = 38$  हो गए।

(ii) यदि पेड़ों को गिनकर नीचे दिया चित्र प्राप्त हो तो आसानी से कुल संख्या मालूम की जा सकती है। (चित्र)

सागौन	□□□□□□ □□□□□
नीम	□□□□□□□□ □□□□□□□□
ताड़	□□□□□ □□□□□
केला	□□□□ □□□□

यही प्रक्रिया रक्त का परीक्षण करते समय स्वास्थ्यकर्ता द्वारा भी अपनाई जाती है। जब वह सूक्ष्मदर्शी की सहायता से रक्त में मौजूद लाल तथा सफेद रक्त कणिकाओं की गणना करता है। अब यदि आपको मैदान में मौजूद विभिन्न प्रजातियों के पौधों की संख्या ज्ञात करनी हो, तो आप जान गए होंगे कि यह काम कैसे करना है, तथा इसे जल्दी से जल्दी कैसे पूरा किया जा सकता है।

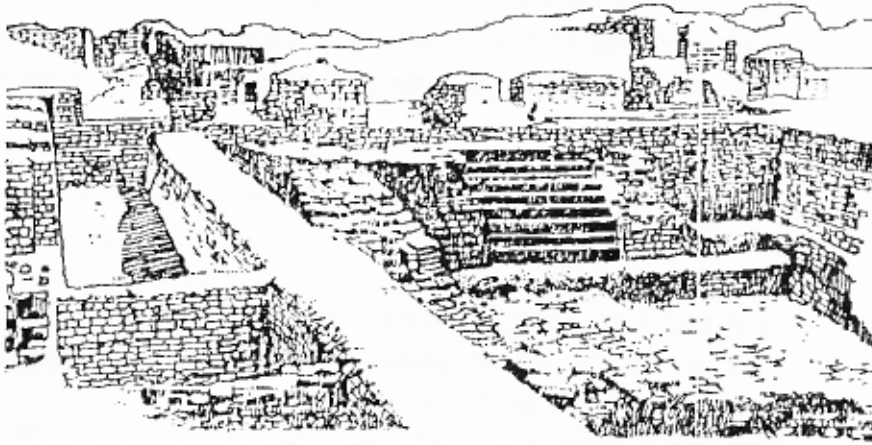
(“फन विद मैथ्स एंड फिज़िक्स” – वाई.एल. पेरेमन, मीर प्रकाशक, 1984 से साभार)

सागौन	53
नीम	79
ताड़	46
केला	37

## शून्य की कहानी

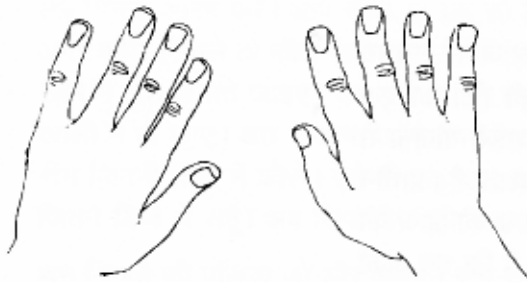
क्या आप जानते हैं कि शून्य का आविष्कार कहाँ हुआ था? हाँ भारत में ही इसका आविष्कार हुआ था। जैसे-जैसे दूर-दूर के देशों में इसका प्रचार-प्रसार हुआ इसे अलग-अलग नाम दिए गए। अंततः यह जीरो के रूप में सर्वमान्य हो गया। इसकी बहुत ही रोचक कहानी है।

मोहनजोदड़ों तथा हड़प्पा नगरों के विकास काल, अर्थात् आज से लगभग 5000 वर्ष पहले से ही भारतवासी गणित में निपुण थे। उनकी ईंटों का एक समान आकार, सटीक बाट और माप और उनकी सुव्यवस्थित शहरी योजना से वहाँ के निवासियों के गणितीय ज्ञान का काफी हद तक पता चलता है। प्राचीन भारत में गणित को काफी महत्व दिया जाता था। 1, 2, 3 ... 9 को आज की तरह ही "अंक" कहा जाता था। हालाँकि यह जानकारी नहीं है कि इन अंकों की खोज कब हुई। परन्तु आसानी से यह अनुमान लगाया जा सकता है कि शून्य से पहले ही इनकी खोज हुई होगी।



आज दहाई में अंकों की गिनती की जाती है, और इसे दशमलव प्रणाली कहा जाता है। सम्राट अशोक के राज्यकाल (273 ई.पू-232 ई.पू) के दौरान स्थापित शिला-स्तंभों से भी दशमलव प्रणाली तथा अंक चिह्नों का पता चलता है। हालाँकि ऐसा समझा जाता है कि उस जमाने में इन अंकों का प्रयोग केवल

छोटी संख्याओं के लिए किया जाता था। बड़ी संख्याओं को शब्दों में ही लिखा जाता था। उदाहरण के लिए, 1,000 को सहस्र कहा जाता था तथा इसी प्रकार 10,000 को आयुत, 100,000 को लक्ष तथा 10,000,000 को कोटि, इत्यादि। दैनिक जीवन में उपयोग आने वाली चीजों पर ही संख्याओं को नाम दिया जाता था। जैसे, चंद्रमा या पृथ्वी एक को; आँखें या हाथ दो को निरूपित करते थे।



ऐसा कहा जाता है कि बड़ी संख्याओं को सोचना तथा उनको नाम देना प्राचीन भारतीय गणितज्ञों का पसंदीदा काम था। बड़ी संख्याएँ गढ़ते समय वे अपनी अंगुलियों का भी इस्तेमाल करते थे। चूँकि प्रत्येक हाथ में पाँच अंगुलियाँ होती हैं यानी दोनों हाथों में दस, इसलिए उनकी गणना प्रणाली में दस अंक तथा दस के गुणक होते थे। दस को लेकर संख्याओं को मापने की प्रणाली, भले वह गुणा हो या भाग, को दशमलव प्रणाली कहा जाता है। उदाहरण के लिए –  $1/2$  को इस तरह भी लिखा जाता है  $\frac{1 \times 10}{2 \times 10} = 5/10 = 0.5$

जिसमें (.) का निशान दशमलव बिन्दु है।

प्राचीन गणितज्ञों द्वारा बड़ी-बड़ी संख्याओं को शब्दों में लिखने के साथ ही अंकों के "स्थानीय मान" का भी आरंभ हुआ। स्थानीय मान को समझने के लिए संख्या 7456 लेते हैं। इसको दस के गुणकों में इस प्रकार तोड़ा जा सकता है –

$$\begin{aligned} 7,456 &= (7 \times 10 \times 10 \times 10) + (4 \times 10 \times 10) + (5 \times 10) + 6 \\ &= (7 \times 1,000) + (4 \times 100) + (5 \times 10) + 6 \\ &= 7,000 + 400 + 50 + 6 \end{aligned}$$

दूसरे शब्दों में, इस संख्या में 7 का स्थान, उसका मान सात हजार बनाता है। उसी तरह चार का चार सौ, इत्यादि। इसलिए किसी संख्या में अंक की स्थिति से उसके मान का निर्धारण होता है।

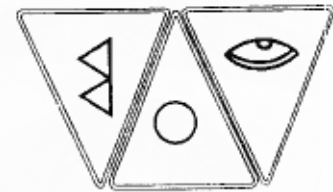
स्थानीय मान पद्धति का सबसे प्राचीन संदर्भ ग्रंथ अग्निपुराण में मिलता है। इस ग्रंथ की रचना ईसा मसीह के जन्म से लगभग एक सदी पश्चात् की गई थी। इसी कारण प्राचीन भारतीय गणितज्ञों के पास  $10^{18}$  (दस को दस से 18 बार गुणा) जैसी बड़ी संख्याओं को लिखने की महारत हासिल थी। जबकि

प्राचीन यूनानी तथा रोमन गणितज्ञ  $10^4$  या  $10 \times 10 \times 10 \times 10$ , तथा  $10^3$  या  $10 \times 10 \times 10$  तक ही गिनती कर पाते थे। रोमन अंक प्रणाली (जिसमें M, C, L, X, I, आदि जैसे अक्षर प्रयोग किए जाते हैं) में स्थानीय मान की क्षमता नहीं थी।

**प्राचीन भारत** में केवल विद्वानों को ही गिनती तथा गणना करने का विशेष अधिकार था। गणित एक प्रतिष्ठित विषय के रूप में माना जाता रहा। और यह परंपरा उस समय भी जारी रही जब अन्य देशों में बौद्ध तथा जैन धर्मों का प्रचार-प्रसार हुआ। बौद्ध धर्म के माध्यम से भारतीय अंक चीन तथा जापान में फैले। कुछ व्यापारी सुदूर पूर्वी देशों में बस गए तथा वहाँ उन्होंने लोगों को भारतीय अंकों से परिचित कराया।

**जब तक कि शून्य का आविष्कार नहीं हुआ**, भारत में गणित का विकास नहीं हो पाया। दशमलव अंक तथा स्थानीय मान पद्धति तब तक नहीं आए जब तक कि शून्य का आविष्कार नहीं हुआ। शून्य के बिना स्थानीय मान अंक पद्धति का कोई मतलब नहीं निकलता। क्योंकि शून्य से 20 बनता है, तथा 206 या 2006 के बीच का अंतर पता चलता है। संख्या में शून्य की स्थिति ही उसे नया मतलब देती है। इससे गणना आसानी से तथा जल्दी कर पाना संभव हो गया। शून्य का आविष्कार किसने किया, कहाँ हुआ, तथा कब हुआ, कोई नहीं जानता। यह दावा किया जाता है कि ईसा काल से पहले से भी भारतीयों को इसकी जानकारी थी। ऋषि पिंगल तथा राजनीतिज्ञ कौटिल्य ने भी अपने कार्यों में कई बार इसका उल्लेख किया है।

**उस ज़माने में शून्य को एक ऐसे वृत्त से प्रदर्शित किया जाता था** जिसके केन्द्र में एक बिन्दु होता था। संस्कृत, जो कि उस समय भारत में प्रचलित भाषा हुआ करती थी, में भी "शून्य" को खाली या रिक्त कहा जाता था। जिस समय संस्कृत संपूर्ण देश में बोली जाती थी, शून्य के कई नाम थे जैसे "ख", "गगन", "आकाश", "नभ", "अनंत" जिनका अभिप्राय आकाश, रिक्त या अनंत ही होता था।



**मध्य अमरीका की माया सभ्यता द्वारा भी शून्य का आविष्कार किया गया।** किंतु वे अंकों के उन सिद्धांतों को नहीं जानते थे, जिससे कि वे गणित का विकास कर पाते। आरंभ में "शून्य" का आविष्कार "कुछ नहीं" दर्शाने के लिए किया गया था। जैसे किसी व्यक्ति के पास सात आम हों और सभी सातों आम खा लिए जाएँ तो उसके पास "कुछ नहीं" बचता है। माया सभ्यता द्वारा

केवल इसी अभिप्राय से शून्य का आविष्कार किया गया था। शून्य के महत्व को समझने के लिए तथा इसे एक अतिरिक्त अंक के रूप में स्वीकार करने के लिए भारतीय गणितज्ञों ने अपनी विद्वता का उपयोग किया। उन्होंने "कुछ नहीं" को अंक की मान्यता दी। मुल्तान में जन्मे सुप्रसिद्ध भारतीय गणितज्ञ ब्रह्मगुप्त (सन् 598 ई.-660 ई.) ने अपने शोध में अन्य अंकों की तरह ही शून्य के प्रयोग का नियम दिया। आज भले ही उनके ये नियम पुराने हो गए हों, परंतु तब उनके महत्व की कल्पना कीजिए जब बाकी दुनिया में शून्य का मतलब केवल "कुछ नहीं" तक सीमित था। ब्रह्मगुप्त ने कहा -

$$\begin{aligned} \text{क} + 0 &= \text{क}, & \text{जहाँ क कोई संख्या है} \\ \text{क} - 0 &= \text{क} \\ \text{क} \times 0 &= 0 \\ \text{क} \div 0 &= 0 & \text{(यह सही नहीं था!)} \end{aligned}$$

जयपुर का जंतर मंतर जो (अठारहवीं शताब्दी में) तारों और सौर मंडल के अवलोकन के लिये बनाया गया था - रघुवीर सिंह की पुस्तक "राजस्थान" से साभार।



किसी संख्या को शून्य से भाग देने के मुद्दे पर ब्रह्मगुप्त लड़खड़ा गए। क्योंकि किसी संख्या को शून्य से भाग देने पर शून्य नहीं होता। पाँच सौ वर्ष पश्चात् इसी त्रुटि को भारत के ही एक और महान गणितज्ञ भास्कर (बीजापुर, कर्नाटक के निवासी) ने सुधारा। अपनी प्रसिद्ध पुस्तक "लीलावती" में भास्कर ने यह कहा था कि किसी मात्रा में शून्य से भाग देने पर एक ऐसी "अनंत मात्रा" प्राप्त होती है जो "न सृष्टि के निर्माण के समय न इसके उजड़ने पर बदलेगी।"

शून्य की रचना ने भारतीय गणितज्ञों को शून्य से भी छोटे अंकों के बारे में सोचने-विचारने की दिशा प्रदान की। और इस तरह ऋण संख्याओं का प्रयोग शुरू हुआ, जैसे, -1, -2, -3. छठी शताब्दी से दसवीं शताब्दी, यानी लगभग 400 वर्षों की अवधि के दौरान भारत विश्व में गणित का केन्द्रबिंदु बना रहा। स्वाभाविक तौर पर उस समय भारतीय गणित की कीर्ति चारों ओर फैल गई होगी। इसका प्रयोग खगोल

शास्त्र तथा अन्य विषयों में भी हुआ। इससे तारा-मंडल का बारीकी से अध्ययन होता रहा।

अठारहवीं सदी से पहले ही भारतीय गणितज्ञों की महत्वपूर्ण उपलब्धियों से अरब देश अवगत हो गए थे। अरब सभ्यता के उदय के साथ-साथ अरब, यूनान तथा भारत के बीच व्यापारिक आदान-प्रदान शुरू हो गया था। नए देशों के भ्रमण की उत्कंठा तथा ज्ञानार्जन की दृष्टि से विद्वान भी सौदागरों के काफिलों के साथ-साथ चलते थे। अठारहवीं सदी में कई दूत तथा विद्वानों को भारतीय खगोलशास्त्र, गणित तथा आयुर्विज्ञान की शिक्षा के लिए सिंध (अब पाकिस्तान में) भेजा गया। विभिन्न विद्वानों के महत्वपूर्ण भारतीय ग्रंथों को अध्ययन के लिए बगदाद ले जाया गया और उनका अरबी अनुवाद भी करवाया गया।

फिर अरब गणितज्ञों ने भारतीय उपलब्धियों का अध्ययन किया तथा शून्य सहित भारतीय अंकों का इस्तेमाल भी आरंभ कर दिया। महान गणितज्ञ अल-ख्वारिज़्मी ने भारत का भ्रमण किया। यहाँ भारतीय गणितज्ञों को आसानी से तथा शीघ्रता से गणना करते हुए पाया। बगदाद लौटने पर उसने अपने सुप्रसिद्ध शोध कार्य हिसाब-अल-जब्र-अल-मुकाबला (संकलन तथा समीकरण की गणना) लिखा। अरब देशों का ध्यान तो आकर्षित हुआ ही साथ ही भारतीय अंकों को भी उसने प्रचलित किया। उसके शोध कार्य के प्रभाव का अंदाजा लगाया जा सकता है कि उसका "अल-जब्र" शीर्षक ही आज "एलजैब्रा" का विषय बन गया है।

अरबी में "शून्य" "सिफर" हो गया और उसके बाद लातिन में "जेफिरम"। जैसे-जैसे विभिन्न देशों को अंकों की जानकारी होने लगी, शून्य(0) को "जेनेरो", "इजिफेरा", "जेफिरो", "सिफर", "जीरो", इत्यादि कई स्थानीय यूरोपीय नाम दिए जाने लगे। अतः शून्य की यह अनूठी कहानी, एक दिलचस्प इतिहास है, कि कैसे दुनिया में फैले भारतीय अंक और कैसे गणित के विकास में इनका योगदान रहा।

(विलियम एम. साल्बी की पुस्तक, "द स्टोरी ऑफ जीरो", चिल्ड्रन बुक ट्रस्ट, से साभार)

## भाग III

### कार्यशाला में बने अभ्यास

- खंड 1 मसूरी कार्यशाला की भूमिका ....153
- खंड 2 गणित की कुछ पहेलियाँ ....154
- खंड 3 अंकों वाले मुहावरे ....159
- खंड 4 अनुमान लगाना ....162
- 4.1 समय का अनुमान ....162
- 4.2 अनुमान लगाने के अन्य अभ्यास ....163
- 4.3 काल रेखा ....163
- 4.4 कमला का एक दिन ....164
- 4.5 सपना या सच्चाई? ....165
- 4.6 मेले की तैयारी ....166
- खंड 5 रसोई गणित ....167
- 5.1 चाय के साथ हलवा और पकौड़े ....167
- 5.2 साक्षरता केन्द्र पर दावत ....171
- 5.3 अपने यहाँ आये मेहमान ....171
- 5.4 तरह-तरह के बरतन ....172
- 5.5 रसोई की व्यवस्था ....172
- खंड 6 नाप-तौल और दूरी के अभ्यास ....173
- 6.1 तेल क्यों घट गया? ....173
- 6.2 सबीहा की अम्मा रोज़ कितना चलती है ....173
- खंड 7 नक्शा ....175
- 7.1 नक्शे के अभ्यास ....175
- 7.2 सामाजिक नक्शा ....178
- खंड 8 कब, कितना लें? ....180
- खंड 9 उत्तर-साक्षरता प्राइमर से ....184
- 9.1 आओ कैलेंडर देखें ....184
- 9.2 मीटर सेंटीमीटर ....186
- 9.3 दीवाली की खरीददारी ....188
- 9.4 कितना ब्याज ....189
- खंड 10 एक मेला – बड़ा अलबेला ....192





## खंड 1

# मसूरी कार्यशाला की भूमिका

अध्ययन पर आधारित अंग्रेजी पुस्तक "न्यूमरेसी काउंट्स" के छपने के बाद मसूरी में एक कार्यशाला रखी गई थी। सभी राज्य संसाधन केंद्रों को तथा अन्य साक्षरता कर्मियों को इसमें आमंत्रित किया गया था। अध्ययन के स्रोत व्यक्ति भी प्रस्तुत थे और सभी के साथ सघन चर्चा हुई। चर्चा के दौरान यह भी देखा गया कि अन्य राज्यों या क्षेत्रों में आज किन तरहों के लोक-गणित के तरीकों का इस्तेमाल किया जाता है। आज भी गणना या माप-तौल के लिये आम लोग कौन-कौन सी प्रणालियाँ अपनाते हैं। इस बात को भी स्पष्ट किया गया कि इस अध्ययन का उद्देश्य केवल किसी प्राचीन प्रणाली को प्रस्तुत करने का नहीं, बल्कि यह समझने का है कि आज भी लोग आसानी से रोजमर्रा का गणित कैसे करते हैं। इन्हीं तरीकों को, इसी रोजमर्रा ज्ञान को आपस में बाँटकर फिर अपने शैक्षणिक काम में कैसे अपनाएँ – यही हमारा लक्ष्य था। लोगों के गणित को शैक्षणिक प्रक्रिया में बाँधकर फिर लोगों के ही उपयोग के लिये उन तक पहुँचाना इस कार्यशाला का उद्देश्य था।

कार्यशाला के ही दौरान एक "गणित मेला" भी किया गया, जिसमें नवसाक्षरों ने वैसी ही गतिविधियाँ करवाईं जैसी भाग I में दी गई थीं। अध्याय 8 का "मैट्रिक मेला" दक्षिण भारत में एक साक्षरता अभियान के दौरान किया गया नमूना था। परंतु कार्यशाला में किया गया मेला देहरादून के साक्षरता कर्मियों ने आयोजित किया था, ताकि कार्यशाला के सभी सहभागी उस अनुभव से सीख सकें। उस मेले की एक रिपोर्ट इस भाग के अंत में दी गई है।

कार्यशाला में अलग-अलग समूहों ने कई अभ्यास भी तैयार किये थे। उत्तर भारत के हिंदी भाषी क्षेत्रों की कुछ पहेलियों और मुहावरों की सूची भी तैयार की गई। उन्हें भी छापा गया है। साथ ही कुछ पन्ने राज्य संसाधन केंद्र शिमला द्वारा तैयार किये गये, जब इस कार्यशाला से लौटकर उन्होंने वहाँ अपनी उत्तर-साक्षरता प्राइमर पर काम किया। उनमें से कुछ अभ्यास भी हम यहाँ छाप रहे हैं। आशा है कि अन्य राज्यों में भी इस काम को आगे बढ़ाया जायेगा। मसूरी के पास कुछ गाँवों में ऐसा ही अध्ययन अब कुछ शिक्षकों व वॉलंटियरों के माध्यम से उठाया गया है। वे अपने इलाके के लोक-गणित के तरीकों को जानने का प्रयास कर रहे हैं। हमें विश्वास है कि अन्य जगहों पर भी शिक्षा से जुड़े लोग, जो शिक्षा को सार्थक रूप देने की कोशिश में लगे हैं, इस अनुभव से लाभ उठाकर अपना काम आगे बढ़ायेंगे।

## खंड 2

# गणित की कुछ पहेलियाँ

सेज = बिछावन, बिस्तर  
अंचल = औंचल  
छिति = धरती  
केतिक = कितने

2.1 एक समय वृजमान दुलारी के हार विहार में टूट गयो, सैंतीस सेज, तिहत्तर अंचल, साठ ग्वालन लूट गयो. आधे गए छिति में मिलके, पिया पंचम भाग चुराय लियो, नवम भाग सुहागिन के गले, केतिक मोती माल रहयो।

उत्तर : 900 मोती

व्याख्या –

दूसरी लाइन से बचे हुए मोतियों की संख्या का पता चलता है।

$$37 + 73 + 60 = 170$$

तीसरी तथा चौथी लाइन से पता चलता है कि कुल मोतियों का कितना भाग चला गया: यानि  $1/2 + 1/5 + 1/9 = \frac{45 + 18 + 10}{90} = 73/90$  यों हिस्सा चला गया।

अतः कुल बचा हिस्सा  $1 - 73/90 = 17/90$  होगा

माना कि हार में कुल मोतियों की संख्या थी 100

तो बचे मोतियों की संख्या होगी  $17/90 \times 100 = 170/9$

परन्तु बचे मोतियों की संख्या है 170

इसलिये हार में कुल मोती हुए : ("जबकि" का नियम)

जब 170/9 मोती बचे तो कुल मोती थे 100

जब 170 मोती बचे तो कुल मोती होंगे  $\frac{100}{170/9} \times 170 = 900$

कीच = कीचड़  
सेमार = पानी में उगी बेल  
जाठ = लकड़ी का वह खम्भा जो तालाब के बीचों-बीच खड़ा करते हैं।

2.2 आधा कीच, तिहाई जल, दसम भाग सेमार, बावन गज बाहर रहे तो कहां जाठ विस्तार।

उत्तर : 780 गज

व्याख्या –

पहली पंक्ति से खम्भे के कुल ढके भाग का पता चलता है।

यानि,  $1/2 + 1/3 + 1/10 = 28/30$  भाग ढका हुआ है।

अतः बाहर का हिस्सा होगा  $1 - 28/30 = 2/30$

दूसरी पंक्ति में बताया गया है कि बाहर रहने वाला हिस्सा 52 गज है।

यानि,  $2/30$  भाग = 52 गज

तो खम्भों की लम्बाई  $\frac{52}{2/30} = \frac{52 \times 30}{2} = 780$  गज होगी

2.3 (क) अस्सी मन की लकड़ी,  
ओपर बैठे मकड़ी।  
दो दो माशा खाई,  
त कबले ओराई ॥

(ख) पाँच मन की लकड़ी,  
ओपर बैठे मकड़ी।  
रत्ती रत्ती खाई,  
त कबले ओराई ॥

त = तब  
कबले = कब तक  
ओराई = समाप्त होगा

दोनों का उत्तर : पन्द्रह पर छत्तीस धरो,  
तापर सुन्ना तीन,  
मकड़ी लकड़ी खाइहे,  
बीते एतना दिन।  
यानि, 1536000 दिन।

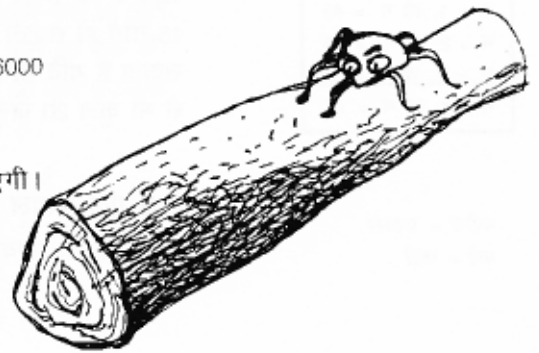
तापर = उस  
सुन्ना = शून्य

ब्याख्या -

(क) 80 मन लकड़ी, यानि कि  $80 \times 40 = 3200$  सेर।  
1 सेर = 16 छटांक  
तो 3200 सेर,  $3200 \times 16 = 51200$  छटांक के बराबर होगा।  
1 छटांक = 5 तोला  
तो 51200 छटांक,  $51200 \times 5 = 256000$  तोला के बराबर होगा।  
1 तोला = 12 माशा  
तो 256000 तोला  $256000 \times 12 = 3072000$  माशा के बराबर होगा।  
मकड़ी दो-दो माशा प्रत्येक दिन के हिसाब से खाती है।  
इसलिए  $3072000$  माशा  $\frac{3072000}{2} = 1536000$  दिन में खायेगी।

1 मन = 40 सेर  
1 सेर = 16 छटांक  
1 छटांक = 5 तोला  
1 तोला = 12 माशा  
1 माशा = 8 रत्ती

(ख) 5 मन लकड़ी यानि कि  $5 \times 40 = 200$  सेर  
200 सेर =  $200 \times 16$  छटांक  
 $200 \times 16$  छटांक =  $200 \times 16 \times 5$  तोला  
 $200 \times 16 \times 5$  तोला =  $200 \times 16 \times 5 \times 12$  माशा  
 $200 \times 16 \times 5 \times 12$  माशा,  $200 \times 16 \times 5 \times 12 \times 8$  रत्ती = 1536000  
रत्ती के बराबर होता है।  
मकड़ी एक रत्ती प्रतिदिन के हिसाब से खाती है।  
यानि कि 1536000 रत्ती लकड़ी मकड़ी 1536000 दिन में खाएगी।



- (ग) सौ मन का लकड़, उस पर बैठा मक्कड़। रत्ती रत्ती रोज़ खाए, कितने दिन में खाए।।

उत्तर : 3072 0000 दिन

व्याख्या -

(ग) ठीक (ख) की तरह -

5 मन की लकड़ी को रत्ती-रत्ती के हिसाब से प्रत्येक दिन एक मकड़ी के द्वारा खाने में 1536000 दिन लगते हैं। इसलिए 100 मन (5 मन x 20) लकड़ी को रत्ती-रत्ती के हिसाब से प्रत्येक दिन खाने में  $1536000 \times 20 = 30720000$  दिन लगेंगे।

गाई = गाय  
दूई = दो

2.4 चार-आना के बकरी, आठ-आना के गाई।

चार रुपया के भैंसी, बीस जन्तु बीस रुपया लाई।।

उत्तर : तीन भैंसी, पन्द्रह गाई, दूई बकरी में गइल ओराई। (यानि, 20 जन्तु)

व्याख्या -

मान लो हमने "ब" बकरियाँ, "ग" गायें और "भ" भैंसें खरीदीं। तो हमें बताया गया है कि कुल बीस जन्तुओं की खरीद पर कुल खर्च हुआ रु. 20/-

"ब" बकरी का मोल =  $\frac{b}{4}$  रु.  
"ग" गायों का मोल =  $\frac{g}{2}$  रु.  
"भ" भैंसों का मोल =  $4b$  रु.

$$\text{कुल खर्च हुआ } \frac{b}{4} + \frac{g}{2} + 4b = 20 \quad (i)$$

$$\text{कुल जन्तु हुए : } b + g + 20 = 20 \quad (ii)$$

(ii) से मिला :  $b = 20 - g - 20$

इसको (i) में डालने से हमें मिलता है :

$$\frac{1}{4}(20 - g - 20) + \frac{g}{2} + 4b = 20$$

$$5 - \frac{b}{4} - \frac{g}{4} + \frac{g}{2} + 4b = 20$$

$$\leftarrow \text{यानि } 15b + g = 60$$

इससे पता चलता है कि

$$b = 1, \text{ तो } g = 45$$

$$b = 2, \text{ तो } g = 30$$

$$b = 3, \text{ तो } g = 15$$

$$b = 4, \text{ तो } g = 0$$

स्पष्ट है कि हमारे सवाल का सही उत्तर केवल  $b = 3, g = 15$ , यानि 3 भैंसें और 15 गायें हो सकती हैं। चूँकि कुल जन्तु 20 ही हैं। (चौथे विकल्प से भी उत्तर मिल सकता है यदि गाय कोई न खरीदी जाए। यानि, 4 भैंसें, 0 गाय और 16 बकरियों से भी कुल 20 जन्तु रु. 20 में आते हैं।)

परोरा = परवल  
फरे = फले

2.5 एक परवल में नौ सौ बीया, नौ सौ बरिस परोरा जीया।

नौ सौ परवल फरे रोज़, पंडित करे बीया के खोज।।

उत्तर : छब्बीस पर चौबीस धरो, तापर चार सुजान।

सात सुन्ना आगे धरो, यही बीया परमान।। यानि, 262440 000 000 बीया

**व्याख्या -**

(यहाँ 360 दिनों का एक वर्ष लिया गया है)

900 परवल रोज़ फलता है।

एक वर्ष में फले परवलों की कुल संख्या =  $360 \times 900$

900 वर्ष में फले कुल परवलों की संख्या =  $360 \times 900 \times 900$

एक परवल में 900 बीज होते हैं।

कुल बीजों की संख्या =  $360 \times 900 \times 900 \times 900 = 262440 000 000$

2.6 अठन्नी चवन्नी नौ गो, जोड़ा रुपया कै गो।

गो = नग

उत्तर : 2 जोड़े रुपये

**व्याख्या -**

पहली लाइन से पता चलता है कि अठन्नी चवन्नी की कुल संख्या 9 है। अगर 7 अठन्नी और 2 चवन्नी हैं तो कुल 4 रुपये हुए। यानि कि 2 जोड़े रुपये।

2.7 एक पुजारी रोज़ 4 मंदिरों में फूल लेकर पूजा करने जाता है।

हर मंदिर के दरवाजे पर उसके फूल दोगुने हो जाते हैं।

वह रोज़ कितने फूल लेकर चलता है कि

हर मंदिर में 16 फूल चढ़ाने के बाद उसके पास फूल न बचें?

उत्तर : 15 फूल



**व्याख्या -**

चौथे मन्दिर में 16 फूल चढ़ाने के बाद पुजारी के पास एक भी फूल नहीं बचता। पहली के अनुसार - मन्दिर के दरवाजे पर फूल दो गुने हो जाते हैं। अतः चौथे मन्दिर के दरवाजे पर उसके पास 8 फूल थे। तीसरे मन्दिर पर उसके पास 24 फूल थे। अतः तीसरे दरवाजे पर 12 फूल थे। दूसरे मन्दिर पर उसके पास 28 फूल थे। अतः दूसरे दरवाजे पर 14 फूल थे। पहले मन्दिर पर उसके पास 30 फूल थे। अतः पहले दरवाजे पर 15 फूल थे। वह रोज़ 15 फूल लेकर चलता है।

चौथे मन्दिर पर :	$0+16 = 16;$	दरवाजे पर	$\frac{16}{2} = 8$
तीसरे मन्दिर पर :	$8+16 = 24;$	दरवाजे पर	$\frac{24}{2} = 12$
दूसरे मन्दिर पर :	$12+16 = 28;$	दरवाजे पर	$\frac{28}{2} = 14$
पहले मन्दिर पर :	$14+16 = 30;$	दरवाजे पर	$\frac{30}{2} = 15$

2.8 एक संतरे के बाग में सात दरवाजे थे। सब पर पहरेदार थे। वे किसी को अन्दर नहीं जाने देते थे। एक चालाक व्यक्ति ने पहरेदारों को लालच दिया। उसने कहा कि हर दरवाजे पर आधे संतरे देगा। पहरेदार मान गए। तब उसने कहा मैं तोड़कर ला रहा हूँ इसलिए मैं तुम्हें आधा देने के बाद मैं एक संतरा अधिक लूँगा। चालाक व्यक्ति ने ऐसा ही किया और जितने संतरे तोड़े थे उतने ही लेकर बाहर चला आया। उसने कितने संतरे तोड़े?

उत्तर : 2 संतरे

(आप देखेंगे कि दरवाजों की संख्या कितनी भी हो, उत्तर यही रहेगा)



2.9 दो यात्री रास्ते में एक पेड़ के नीचे रुके। दोपहर का समय था। दोनों ने अपना-अपना भोजन निकाला। सोचा कि मिल बाँट कर खा लेंगे। एक के पास 5 रोटियां थीं, दूसरे के पास 3 रोटियां। तभी एक और यात्री आ गया। उसके पास खाने को नहीं था। दोनों ने उसे भी साथ बिठा लिया। तीनों ने इकट्ठे रोटी खाई। जाते समय तीसरे ने 8 रुपये निकालकर दोनों को दिए और चला गया। 5 रोटी वाले ने 5 रुपये रखकर 3 रुपये उस 3 रोटी वाले को दिए। उसने लेने से इनकार कर दिया कहा कि वह बराबर पैसे लेगा। बात बढ़ गई। मामला राजा के पास पहुँचा। राजा ने 3 रोटी वाले को समझाया मगर उसने कहा कि उसे इन्साफ चाहिए। राजा बोले तब तो तुम्हें 1 ही रुपया मिलेगा।

पूछने पर राजा ने समझाया – 8 रोटियां 3 लोगों ने खाईं। रोटी को 3 टुकड़ों में बाँटो तो कुल 24 टुकड़े हुए। हर एक ने 8 टुकड़े खाए। तीन वाले ने 9 में से 8 टुकड़े खुद खाए, केवल एक टुकड़ा यात्री ने खाया। 5 रोटी के 15 टुकड़े हुए। इसमें से 7 टुकड़े यात्री ने खाए। इसलिए 5 रोटी वाले को 7 रुपये और 3 रोटी वाले को 1 रुपया ही मिलेगा।

2.10 एक गज की चुहिया, नौ गज की पूँछ ।

उत्तर : सुई धागा

### खंड 3

## अंकों वाले मुहावरे

1. नौ दो ग्यारह होना (भाग जाना)
2. तीन पाँच करना (टाल-मटोल करना)
3. साढ़े साती चढ़ना (बुरे दिन आना)
4. निन्नानवे के फेर में पड़ना (लालच में पड़ना)
5. आँखें चार होना (प्रेम होना)
6. सबको एक आँख से देखना (सबको समान समझना)
7. एक से इक्कीस होना (वृद्धि होना)
8. सोलह सिंगार करना (सजना)



दुल्हन के सोलह सिंगार,  
अमृता शेर-गिल की पेंटिंग,  
1937

9. उन्नीस-बीस का अंतर होना (थोड़ा सा अंतर)
10. उन्नीस होना (कुछ कम होना / कमजोर पड़ना)
11. बीस होना (कुछ अधिक होना / भारी पड़ना)
12. तेरहो करम हो जाना (दुर्दशा हो जाना)
13. कौड़ी के तीन होना (बहुत सस्ता होना)

14. कौड़ी के मोल बिकना (नुकसान होना)
15. लाख रुपये की बात कहना (कीमती बात)
16. छप्पन भोग (कई प्रकार के व्यंजन परोसना)
17. एक अनार सौ बीमार (एक ही वस्तु के अनेक लोग इच्छुक)
18. तीन में न तेरह में (जिस व्यक्ति का महत्व न हो)
19. एक और एक ग्यारह (एकता में बड़ी ताकत है।)
20. सौ सुनार की एक लुहार की (सही जवाब देना)
21. पानी में मछली, नौ नौ टुकड़ा हिस्सा (ख्याली पुलाव पकाना)
22. नौ दिन चले अढ़ाई कोस (बहुत धीमी प्रगति)
23. पाँचों अँगुलियाँ घी में होना (लाभ-ही-लाभ होना)
24. नौ नगद न तेरह उधार (उधार से नकद दाम अच्छे, भले ही थोड़े मिलें)
25. एक से भले दो (गिनती या संख्या में वृद्धि होना)
26. दस की लाठी एक का बोझ (काम बाँटना)
27. न नौ मन तेल होगा न राधा नाचेगी (न शर्त पूरी होगी, न काम बनेगा)
28. छौ-पाँच करना (फैसला न कर पाना/असमंजस की स्थिति)
29. नौ-छौ करना (फैसला कर देना)
30. सब धन बाइस पसेरी (सभी बराबर)
31. पढ़ना-लिखना साढ़े बाइस (पढ़ने लिखने में कमज़ोर)
32. नौ की लकड़ी, नब्बे खर्चे (बिना योजना के अधिक खर्च कर देना)
33. सात समुंदर पार (बहुत दूर)
34. साठा तब पाठा (साठ वर्ष का होने पर ही पढ़ा होता है)
35. नौ ग्रहों का चक्कर (परेशानी)
36. दो-दो हाथ करना (झगड़ना)
37. बत्तीस दांत के बीच जुबान की तरह रहना (नम्रता से रहना)
38. सोलह आने सच (एकदम सच)
39. सात फेरे लेना (शादी करना)



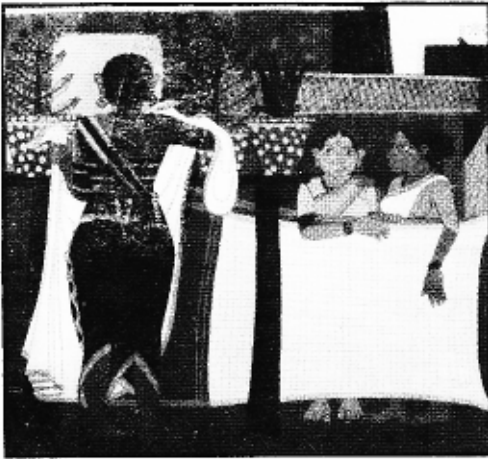
40. ढाक के तीन पात/मुर्गे की एक टाँग (हमेशा सामन्य स्थिति में रहने वाला)
41. पाँचे आम पचासे महुआ, अस्सी बरिस मा अमली कटहुआ (पाँच वर्ष में आम फलता है, पचास में महुआ, अस्सी वर्ष में इमली)।
42. बामन तोला पाव रत्ती (बिलकुल ठीक-ठाक)
43. वर्षा होया साठ, अकल गै आठ (साठ वर्ष की आयु में बुद्धि क्षीण हो जाती है।
44. एक-एक के दस-दस करना (खूब नफा कमाना)
45. एक तन्दुरुस्ती हजार न्यामत (स्वास्थ्य बहुत अच्छी चीज़ है)।
46. एक सौ चौवालीस लगाना (ज़बान बंद कराना/बोलने न देना)
47. छत्तीस का संबंध (घोर विरोध)
48. एक शेर मारता है, सौ लोमड़ियाँ खाती हैं (एक बड़े की कमाई से अनेक छोटे लाभ उठाते हैं)।
49. छह चावल और नौ पखाल पानी (साधारण काम के लिए बहुत बड़ा आडम्बर)
50. सौ की हानी सहस्सर बखानी (बात बढ़ा-चढ़ा कर कहना)।

## खंड 4

### अनुमान लगाना

समय, बजट और फसलों में अनुमान लगाने की प्रक्रिया प्रमुख होती है। इसलिए एक काल्पनिक नवसाक्षर शारदा की केस स्टडी को सामने रखा गया। आम तौर से अनुमान पर अधिक विचार नहीं किया जाता हालाँकि यह नवसाक्षरों के दैनिक जीवन का एक अंग है। फिर भी महीने भर में खर्च होने वाली रकम, किसी काम में लगने वाले समय और फसल की मात्रा को आँकने के लिए अनुमान लगाना ज़रूरी होता है। आंकलन का मतलब शुद्धता नहीं बल्कि मोटे तौर पर अनुमान लगाना है। उदाहरण के लिए 67 और 37 का योग 100 के आस-पास होगा। इसके लिए कोई प्रक्रिया या पद्धति नहीं बल्कि कुछ गुर अपनाए जाते हैं। दूसरा उदाहरण पुलिस वालों का है जब वे किसी जनसभा में उपस्थित लोगों की गिनती करते हैं। वे क्या करते हैं? वे केवल संख्या को आंकते हैं। उसका आधार होता है वह स्थान जहाँ लोग इकट्ठे हैं, उन ट्रेनों या वाहनों की संख्या जिससे लोग आए हैं और वाहनों में सवारियों की क्षमता इत्यादि।

यह भी समझना आवश्यक है कि आंकलन पहला चरण है जिसके आधार पर कोई भी चीज मापी जाती है। किसी काम को शुरू करने से पहले दिमाग हमेशा आंकलन करता है। आंकलन पूर्व अनुभव के आधार पर और तुलनात्मक रूप से किया जाता है। यहाँ यह बात अवश्य स्पष्ट रहनी चाहिए कि लोग बिना सोचे अनुमान तो लगा लेते हैं, परन्तु उस प्रक्रिया को शायद पूरी तरह नहीं समझते।



बाजुभाई भगत की एक पेंटिंग, नेविल तुली की पुस्तक "इंडियन कन्टेम्परी पेंटिंग" से साभार।

#### 4.1 समय का अनुमान

शारदा एक 30 वर्षीय नवसाक्षर है जिसके तीन बच्चे हैं। इनमें से दो स्कूल जाते हैं और एक घर पर ही रहता है। शारदा के पास एक गाय और एक बछड़ा है जिसका ध्यान भी उसे ही रखना पड़ता है। साथ ही घर की सारी साफ-सफाई करनी पड़ती है।

उसकी मुख्य गतिविधियाँ हैं –

1. वर्तन, कपड़े इत्यादि धोना
2. पशुओं को चारा-पानी देना
3. पशुओं की सफाई-सुथराई
4. खाना बनाना
5. खेत पर जाना
6. जलावन इकट्ठा करना
7. उपले तैयार करना
8. सोना
9. बच्चों और पति की देखभाल करना
10. निजी काम

अब सब मिलकर यह तय करें कि हरेक काम के लिए उसे कितना समय लगेगा।



फोटो : भूमेश भारती

#### 4.2 अनुमान लगाने के अन्य अभ्यास

(क) हर व्यक्ति अपने दैनिक जीवन की मुख्य गतिविधियों की सूची बनाएं और उनके लिए अनुमानित समय बताएँ।

(ख) अनुमान से बताएँ कि एक वर्ष में एक व्यक्ति ने कितनी रोटियाँ बनाईं।

(ग) एक हफ्ते के दैनिक भोजन की लागत निकालना, यदि हरेक चीज़ खरीदी गई हो (यहाँ स्वउत्पादन और खरीदी से संबंधित चर्चा विस्तार से हो सकती है)।

(घ) किसी खड़ी फसल, चाहे धान हो या गेहूँ, या फिर आम के फल की मात्रा बताना।

(ङ) एक गाय के गोबर से उसके जीवन भर में बनाए जाने वाले उपलों की कुल संख्या बताना।

#### 4.3 काल रेखा

(क) किसी गाँव की काल रेखा को कई शीर्षों में बाँटा जा सकता है। जैसे स्थापना, अंतः संरचना, कृषि, प्राकृतिक आपदाएँ, दुर्घटनाएँ या सुखद घटनाएँ।

स्थापना – गाँव की स्थापना और अन्य उपलब्धियों के बारे में प्रश्न करके काल रेखा बनाई जा सकती है।

*अंतः संरचना* – अंतः संरचना के लिये गाँव के विकास को आधार बनाकर चर्चा की जा सकती है। यह देखा जा सकता है कि गाँववासी कब से इन सुविधाओं का उपभोग कर रहे हैं – सड़क, पानी, बिजली, स्कूल, अस्पताल, डाकघर, सहकारिता समिति, इत्यादि।

(ध्यान रहे – इस संदर्भ में किसी एक व्यक्ति द्वारा दी गई जानकारियाँ पर्याप्त नहीं हैं। इसे सामूहिक तौर पर इकट्ठा करना चाहिए।)

*कृषि में बदलाव पर चर्चा के विषय* – सिंचाई, उर्वरक/खाद के इस्तेमाल में बदलाव, बीज, ट्रैक्टर, फसलों में बदलाव, पशुपालन, बैंक के कर्ज, इत्यादि।

*प्राकृतिक आपदाओं के सन्दर्भ में* – बाढ़, अकाल, जंगल में आग, हैजा, भूकम्प, इत्यादि।

*सुखद घटनाओं के यादगार अवसर* – त्यौहार, सांस्कृतिक गतिविधियाँ, खेलकूद, मेले, इत्यादि।

(ख) पारिवारिक काल रेखा को दो मुख्य भागों में बाँटकर चर्चा की जा सकती है। जैसे, सुखद और दुखद घटनाएँ। उनका लेखा-जोखा तैयार करते समय यादगार, बुरे और अच्छे समय को सामने रखना चाहिए।

*सुखद घटनाओं के समय चिन्ह* – विवाह के वर्ष, जन्म के वर्ष, शिक्षा, सम्बन्धी वर्ष सम्पत्ति प्राप्त करना (जमीन, पशु, इत्यादि), वाहन खरीदना, परिवार में सुविधाओं की प्राप्ति, विभिन्न संस्थाओं की सदस्यता, इत्यादि।

*दुखद घटनाओं के समय चिन्ह* – बीमार पड़ना, खराब स्वास्थ्य, मृत्यु, दुर्घटना, सम्पत्ति की हानि, इत्यादि।

नवसाक्षर पारिवारिक घटनाओं की जानकारी रखते होंगे, साथ ही वे कुछ घटनाओं को भूल भी सकते हैं। उन्हें परिवार के अन्य सदस्यों से भी जानकारी एकत्रित करके काल रेखा को पूरा कर लेना चाहिए।

#### 4.4 कमला का एक दिन

कमला पौ फटते ही उठी। घंटे भर में घर की साफ-सफाई की। घंटे भर में पानी लाकर खाना बनाया। फिर कलेवा लेकर खेत पर गई। रामू मुँह-अँधेरे खेत पर आ चुका था। दोनों ने एक पहर तक साथ-साथ काम किया। अब सूरज सिर पर आ गया। दोनों ने कलेवा किया। घड़ी भर पेड़ के नीचे सुस्ताये।

फिर रामू खेत में काम करने चला गया। कमला सूखी लकड़ियों और गोबर चुनती घर लौटी। घर पहुँचते-पहुँचते ट्रेन की आवाज आई। साढ़े तीन बजे वाली गाड़ी जा रही थी।

अब दो घंटे बाद रामू घर लौटेगा। तब तक कमला हाट से सब्जी-तरकारी लाएगी। और रात के खाने की तैयारी करेगी।

**बताइए –**

1. कमला ने दिनभर का कितना समय घर में बिताया?
2. कमला ने दिनभर का कितना समय बाहर बिताया?
3. लिखिए –  
पौ फटने का समय -----  
सूरज सिर पर आने का समय -----  
रामू के घर लौटने का समय -----
4. कहानी में समय बताने वाले शब्दों के नीचे लकीर लगाएँ।
5. आपने कल सुबह से रात तक क्या-क्या किया? किस काम में कितना समय लगा? इसका पूरा ब्यौरा दीजिये।

#### 4.5 सपना या सच्चाई ?

**माधोपुर** का माधव एक मेहनती किसान है। उसकी पत्नी है मंजरी। बच्चे नहीं हैं, लेकिन परिवार सुखी है। एक दिन माधव काम से लौटा। दूर से घर की ओर देखता आ रहा था। आज घर से धुँआ नहीं उठ रहा था। माधव को चिन्ता हुई कि मंजरी ने आज चूल्हा क्यों नहीं जलाया है। घर पहुँचकर उसने देखा ताला लगा था। थोड़ी देर इधर-उधर देखता रहा फिर गुरसे में चारपाई डालकर सो गया।

**मंजरी** के बाल बिखरे थे, मुँह लाल और कपड़े अस्त-व्यस्त। वह चिल्ला रही थी – “क्या मैं बांझ हूँ ? तूने दूसरी शादी की बात कैसे सोची? मैं तेरा खून पी जाऊँगी।” माधव ने गुरसे में झापड़ लगा दिया। चिल्लाकर बोला – “औरत होकर पति से जुबान लड़ाती हो। मैं घर का मालिक हूँ। मैं कमाता हूँ तो तू खाती है।”

**मंजरी** और ऊँची आवाज में बोली – “तू कमाई करता है और मैं बैठी रहती हूँ? तू दिन भर में चालीस रुपये कमाता है। मेरे काम के पैसे कभी जोड़े हैं?”

मैं मुर्गे की बांग से पहले जगती हूँ। चक्की चलाती हूँ। पौ फटते पशुओं को चारा पानी देती हूँ। गोशाला साफ करती हूँ। सुबह सवेरे स्नान करके तेरे लिए प्रार्थना करती हूँ। फिर दाल-रोटी पकाती हूँ। तुझे खिलाकर भेजती हूँ। दिन का कलेवा पहुँचाती हूँ। फिर बर्तन, कपड़े, चूल्हे चौंके की सफाई, दिन में पशुओं को चारा, घर के लिए जलावन। गोधुली की बेला में फिर पशुओं का चारा पानी। दूध दुहना। तुलसी पर दिया जलाना। तेरे लिए खाना बनाना। कभी तूने इस काम के घंटे गिने हैं। कभी इसके पैसे जोड़े हैं?" माधव कुछ कहना चाहता था तभी उसकी आँख खुल गई। देखा सामने मंजरी खड़ी है। मंजरी के पास उसकी बहन चंपा खड़ी मुस्करा रही थी। माधव के कुछ पूछने से पहले चंपा बोल पड़ी – "मैं इसे अस्पताल ले गई थी भईया। इसकी तबियत ठीक नहीं थी। डाक्टर ने जाँच करके बताया कि यह माँ बनने वाली है।" माधव खुशी से उछल पड़ा। फिर सोचने लगा अब तो मंजरी का काम और बढ़ जाएगा।

**बताइए –**

1. मंजरी रोज कितने घंटे काम करती है?
2. मंजरी के काम की रोज की मजदूरी कितनी होनी चाहिए? हिसाब लगाकर समझाइये। हर काम का क्या रेट लगाया चर्चा कीजिए।

#### 4.6 मेले की तैयारी



"भला दस कपड़ों को सूखने में कितना समय लगेगा?"

शाम को सबको मेला जाना था। राधा दोपहर में कपड़े धोने बैठी। सपना को कपड़े सूखने की जल्दी थी। उसने राधा से पूछा – "माँ, एक कपड़ा सूखने में कितना समय लगता है?" राधा बोली – "यही कोई घंटा भर"। सपना ने घबरा कर पूछा – "तुम तो दस-दस कपड़े धो रही हो। यह कब तक सूखेंगे? हम मेला कैसे जाएंगे?"

राधा ने हँसकर कुछ कहा।

क्या आप बताएंगे उसने क्या कहा?

## खंड 5

# रसोई गणित

### 5.1 चाय के साथ हलवा और पकौड़े

आज नन्दराम की बेटी रमा को देखने लड़के वाले आ रहे हैं। नन्दराम और उसकी पत्नी कला बहुत खुश थे। पर उन्हें चिन्ता यह हो रही थी कि मेहमानों का स्वागत किस तरह करें। रमा की सहेलियाँ रमा को घर कर छोड़ रही थीं। रमा आज क्या पहनेगी इस पर भी वे विचार कर रही थीं।

नन्दराम और कला यह सोच रहे थे कि मेहमानों के लिए बाज़ार से ही कुछ मिठाई और नमकीन मँगा लिया जाए। पर कला ने कहा – “लड़के वालों की ओर से ज़्यादा से ज़्यादा आठ लोग आ रहे हैं। हमारे घर के 6-7 लोग, इस तरह कुल 15 लोग हो जाएंगे। 15 लोगों के लिए बाज़ार से मिठाई और नमकीन मँगाने में तो बहुत खर्च हो जाएगा। हमारी इतनी हैसियत नहीं है। इसलिए क्यों न घर पर ही हलवा और पकौड़े बना लेंते हैं। उसमें सबको अच्छी तरह पूरा हो जाएगा।”

नन्दराम ने कला से पूछा – “तुमको हलवा और पकौड़े बनाने के लिए क्या-क्या सामान चाहिए मुझे बतला दो तो मैं जल्दी बाज़ार जाकर ले आऊँ।” कला ने अंदाजे से 15 लोगों के लिए पकौड़े और हलवा बनाने की सामग्री लिखाई।

पकौड़ों के लिए सामग्री –

सामग्री / वस्तु	वज़न	मूल्य
बेसन	2 किलोग्राम	30 रु.
तेल	2 किलोग्राम	80 रु.
नमक, हल्दी, मिर्च, हींग, अजवाइन (अंदाजे से)		10 रु.
हरा धनिया	250 ग्राम या 1 ढेरी	1 रु.
हरी मिर्च	100 ग्राम या अंदाजे से	1 रु.

कुल 122 रु.



“रमा को देखने लोग आ रहे हैं – रमा क्या पहनेगी?”

हलवे के लिए सामग्री -

सामग्री/वस्तु	वज़न	मूल्य
सूजी	1 किलोग्राम	12 रु.
घी	1 किलोग्राम	120 रु.
शक्कर	1 किलोग्राम	13 रु.
इलाइची	10 ग्राम	10 रु.
	कुल	155 रु.

पकौड़े के लिए खर्च	122 रु.
हलवे के लिए खर्च	155 रु.
पकौड़े और हलवे के लिए कुल खर्च	277 रु.

नन्दराम ने सारी सामग्री के मूल्य को जोड़ा और कहा - "लाओ मुझे लगभग 300 रु. दे दो। सारी सामग्री लगभग 277 रु. में आ जाएगी। फिर भी हम यदि बाज़ार से मिठाई नमकीन लायें उससे तो हमें यह सस्ता ही पड़ेगा।"

कला ने कहा - "ईधन तो घर में ही रखा है। हमने तो उसे हिसाब में जोड़ा ही नहीं है। समझ लो 25-30 रु. की लकड़ी, कोयला ही लग जाएगा। और हाँ, मेहमानों की चाय को तो हम भूल ही गए हैं। 15 लोगों की चाय के लिए भी तो सामान लाना है। लिख लो।"

चाय की सामग्री -

सामग्री/वस्तु	वज़न	मूल्य
चाय की पत्ती	100ग्राम	8 रु.
दूध	1 लीटर	12 रु.
शक्कर	200 ग्राम	3 रु.

चाय के लिये खर्च	23 रु.
पकौड़े और हलवे के लिए खर्च	277 रु.
चाय के लिए खर्च	23 रु.

कुल खर्च 300 रु.

कला ने कहा इसमें से जो भी सामान बच जाएगा वह घर में काम आएगा। नन्दराम 300 रु. लेकर बाज़ार गया और सारा सामान खरीद लाया। कला ने मेहमानों के आने के पहले नाश्ते की तैयारी करते हुए रमा से कहा, "बेटी, थोड़ा मेरा भी हाथ बँटा दो। लड़के वाले यह भी जानना चाहेंगे कि लड़की को खाना बनाना आता है या नहीं?"



सभी मेहमान ठीक समय पर आ गए। नन्दराम और कला ने उन सभी का स्वागत किया और बैठाया। सभी एक दूसरे से बातचीत करने लगे। रमा और कला ने प्लेट में गरमा-गरम पकौड़े और हलवा सजाकर मेहमानों को परोसा।

मेहमानों ने पकौड़े और हलवे की बहुत तारीफ़ की। उन्होंने पूछा – क्या यह सब रमा ने ही बनाया है? कला और नन्दराम ने बड़े गर्व से कहा – हाँ हमारी रमा को खाना पकाने का बहुत शौक है।

तब तक रमा ने चाय का पानी इलाइची के छिलके डालकर चढ़ा दिया था। पानी उबलने पर शक्कर व चाय की पत्ती डाल दी। दूध डालकर उबलने पर चाय के लिए रखी पिंसी इलाइची डाली, उसे कप में छाना और ट्रे में सजाकर जब रमा मेहमानों के सामने गई तो उन्होंने आँखों ही आँखों में एक दूसरे की तरफ़ देखकर संबंध के लिए हाँ कह दी।

*पकौड़े बनाने का तरीका –*

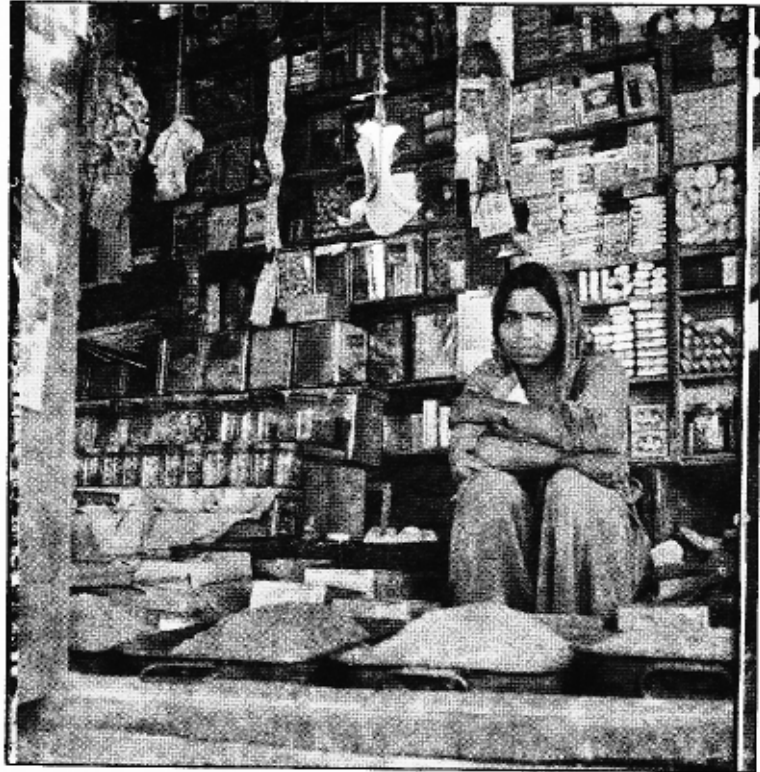
1. बेसन घोला।
2. उसमें मसाले डाले।
3. हरा धनिया और हरी मिर्च काटकर डाली।
4. इसे आधे घंटे तक रहने दिया।
5. चूल्हे पर कड़ाही रखकर तेल डाला।
6. तेल गरम होने पर गरम-गरम पकौड़े उतारे।

*हलवा बनाने का तरीका –*

1. कड़ाही में घी डाला।
2. सूजी की सिझाई की।
3. जब सूजी गुलाबी रंग की हो गई और उसमें खुशबू आने लगी तो गरम पानी सूजी में डाल दिया।
4. शक्कर डाली।
5. कड़छी से चलाती रही।
6. पिंसी हुई इलाइची डाल दी।

### अभ्यास के प्रश्न –

1. कला ने पकौड़े, हलवा और चाय बनाने के लिए जितनी मात्रा में सामान लिया उस पर चर्चा करें। क्या यह मात्रा सही थी? क्या आप इसे अलग ढंग से करते?
  2. बाज़ार में जो पैसे खर्च हुए उस पर चर्चा करें। क्या यह खर्च बहुत अधिक था? अपनी राय दें।
  3. क्या आप मेहमानों के लिए खाने पीने के सामानों की इससे बेहतर सूची बना सकते हैं जिस पर 300 रु. से कम खर्च हो?
  4. पकौड़े, हलवा, इत्यादि बनाने की विधि जैसे-जैसे आगे बढ़ती है उस पर चर्चा करें?
- (क) क्या आप इससे अलग ढंग से बनाएँगी?
- (ख) यह सब कुछ पकाने में कितना समय लगेगा?
- (ग) अगर एक साथ दो लोग इसे पकाएँ तो क्या इसमें समय कम लगेगा? कितना समय बच सकता है?



जोसफ ब्रेटेनबॉख की पुस्तक  
"दिनेन ऑफ एशिया" से साभार।

## 5.2 साक्षरता केन्द्र पर दावत

1. कौन सी चीज़ पकाई जाएगी और कितने लोगों के लिए पकाई जाएगी, यह तय करें।
2. तय करें कि क्या हर व्यक्ति को एक खास मात्रा में ही खाने की चीज़ मिलेगी या वह जितना चाहे खाए। (बच्चों और बूढ़ों के लिए, पूजा के लिए, इत्यादि विशेष परिस्थितियों पर भी ध्यान रखें।)
3. पकाने वाले सामान की कुल मात्रा निश्चित करें।
4. जितने सामान की जरूरत है उसकी सूची बनाएँ।
5. पकाने में काम आने वाले सभी सामानों की संख्या/मात्रा पर चर्चा करके इसे तय करें।
6. खाने की सामग्री जिस क्रम में बनेगी उस पर भी चर्चा करें। इन पर विशेष ध्यान दें –
  - (क) हर चरण में लगने वाला समय;
  - (ख) काम की गति को तेज़ करने के तरीके;
  - (ग) कौन-कौन से काम एक निश्चित क्रम से ही होंगे और कौन से साथ-साथ भी हो सकते हैं।

## 5.3 अपने यहाँ आये मेहमान

1. घर पर कुछ मेहमान आ रहे हैं और उनके लिए रात का खाना बनाना है। खाने पर बड़ों और बच्चों सहित कुल लोगों की संख्या तय कीजिए।
2. तय कीजिए कि खर्च के लिए हाथ में कुल कितने पैसे होने चाहिए।
3. प्रत्येक व्यक्ति को (अलग-अलग) कहिए कि वह खाने पीने की सामग्री की एक सूची बनाए जो इस अवसर के लिए उपयुक्त हो और बजट के भीतर भी हो। अगर उन्हें लिखने में कठिनाई हो तो वे दूसरों की या वी.टी. की सहायता लें।
4. हर व्यक्ति की बनाई हुई सूची पर बारी-बारी से चर्चा करें। साथ ही हिसाब-किताब भी सामने रखें (जो सही-सही कीमत पर आधारित हो) और जाँच करें कि क्या यह बजट के भीतर ही है?
5. कारण बताते हुए यह तय करें कि कौन सी सूची बेहतर है। यह अभ्यास विभिन्न संदर्भों में दोहराया जा सकता है, जैसे – उत्सव, शादी, इत्यादि। इसे व्यक्तिगत रूप से करने के बजाय समूह में करना अच्छा होगा।

## 5.4 तरह तरह के बरतन

1. शिक्षार्थियों से उनके चौके में काम आने वाले विभिन्न बरतनों के आकार पर चर्चा करें और बताएँ कि इन आकारों के पीछे कारण क्या है?
2. ब्लैक बोर्ड पर इन बरतनों की आकृति बनाएँ और शिक्षार्थियों से इसे अपनी-अपनी कापी पर बनाने को कहें।
3. एक अलग कापी में इन सभी बरतनों की आकृति बनाकर रखें। यह केन्द्र की रचना होगी। इसके साथ उसके उपयोग के बारे में भी विवरण होगा।

## 5.5 रसोई की व्यवस्था

1. रसोई घर का एक रेखाचित्र (schematic map) बनाएँ।
2. रसोई में काम आने वाले सभी उपकरणों की सूची बनाएँ। चर्चा करें कि इन सामानों को कैसे रखा जाए कि अधिकतम सुविधा हो और जगह का सदुपयोग हो सके।
3. चर्चा कीजिए कि सोने के अलावा जो समय बचता है उसका कितना प्रतिशत रसोई या चौके में बीतता है। रसोई में प्रकाश और हवा की व्यवस्था पर भी चर्चा करें।



## खंड 6

# माप-तौल और दूरी के अभ्यास

## 6.1 तेल क्यों घट गया?

पूनम के घर में 1 किलो तेल एक हफ़ता चलता है। वह बाज़ार से चौड़े मुँह की बोतल में 1 किलो तेल लाती है। अब तो दुकानदार उसका तेल तोलता भी नहीं है। उसकी बोतल को गर्दन तक भर देता है। एक शाम उसका पति राजेन्द्र शहर से एक पैकेट लेकर आया। उसने बताया कि वह घर के लिए तेल लाया है। "पैकेट में तेल?" पूनम ने आश्चर्य से पूछा। "हाँ और पूरा 1 लीटर है, शुद्ध भी और सस्ता भी।" – राजेन्द्र ने बताया।

दूसरे दिन तेल की बोतल खाली हुई। पूनम ने पैकेट का तेल बोतल में उड़ेला। लेकिन यह क्या! बोतल दो अंगुल खाली रह गई। पूनम ने राजेन्द्र को तेल की बोतल दिखाई। राजेन्द्र सोच में पड़ गया। तीसरे दिन वह फिर शहर गया। उसने दुकानदार से तेल कम होने की शिकायत की। दुकानदार हँसने लगा। बोला – "तुम 1 लीटर का पैकेट ले गए थे। इसे किलो से क्यों नाप रहे हो? यह किलो से 90 ग्राम कम होता है। तभी तो सस्ता मिला।"

बताइए :

1. यदि तेल की बोतल पर कागज की एक पट्टी साटें। इस पर बराबर दूरी के 10 निशान बनाएँ। तो 1 निशान तेल, कितने ग्राम के बराबर होगा?
2. 1 लीटर तेल तोलने पर कितने ग्राम के बराबर होगा?

## 6.2 सबीहा की अम्मा रोज़ कितना चलती है?

आफ़ताब शहर गया था। लौटते समय उसकी बस छूट गई। पक्की सड़क तक एक ट्रैक्टर पर बैठकर आया। परन्तु जहाँ से कच्ची सड़क शुरू हुई वहाँ से कोई सवारी नहीं मिली। डेढ़ दो घंटे पैदल चलकर घर पहुँचा और थककर चूर हो गया। कहने लगा – "आज तो पाँच कोस चलना पड़ा। हालत बिगड़ गई।" उसकी बेटी सबीहा ने पूछा – "बाबा, पाँच कोस कितने हुए?" "10 मील हुए, समझी।" उसकी माँ अखतरी बोली। "10 मील कितने होते हैं?"



'तेल क्यों घटा?'

उसने फिर पूछा। अब अखतरी चुप हो गई। आफताब बोला, – “ज़रा सोचने दो, कैसे समझाऊँ। यहाँ से पक्की सड़क की दूरी दस मील है। यानी बस से आधे घंटे की दूरी।”

“पक्की सड़क तो 16 किलामीटर है।” सबीहा ने कहा।

“तुझे कैसे पता?” दोनों ने चौंक कर पूछा?

“मास्टर जी ने बताया था।” सबीहा बोली।

“तो आज मैं 16 किलामीटर पैदल चला!” आफताब आश्चर्य से बोला।

“इतना तो अम्मा रोज़ चलती है।” सबीहा बोली।

“मैं! मैं कब इतना चलती हूँ?” अखतरी ने हैरानी से कहा।

**सबीहा** अपनी कापी उठा लाई। बोली – “मैंने हिसाब लगाया है। भीतर के कमरे से बाहर का बरामदा 20 मीटर है। अम्मा कम से कम 200 चक्कर रोज़ लगाती है। 4 किलोमीटर तो यही हो गए। दिन में 5 चक्कर मौसी के घर के लगते हैं। यह हुआ 5 किलोमीटर। सुबह शाम तालाब तक 1 किलोमीटर जाती है, फिर आती है। 2 बार में हुए 4 किलोमीटर। घर में इस कमरे से उस कमरे और आँगन से रसोई तक चलती ही रहती है। इसमें कम से कम 3 किलोमीटर हो गए। देखा हो गये ना 16 किलोमीटर।”

दोनों सबीहा का मुँह ताकते रहे।

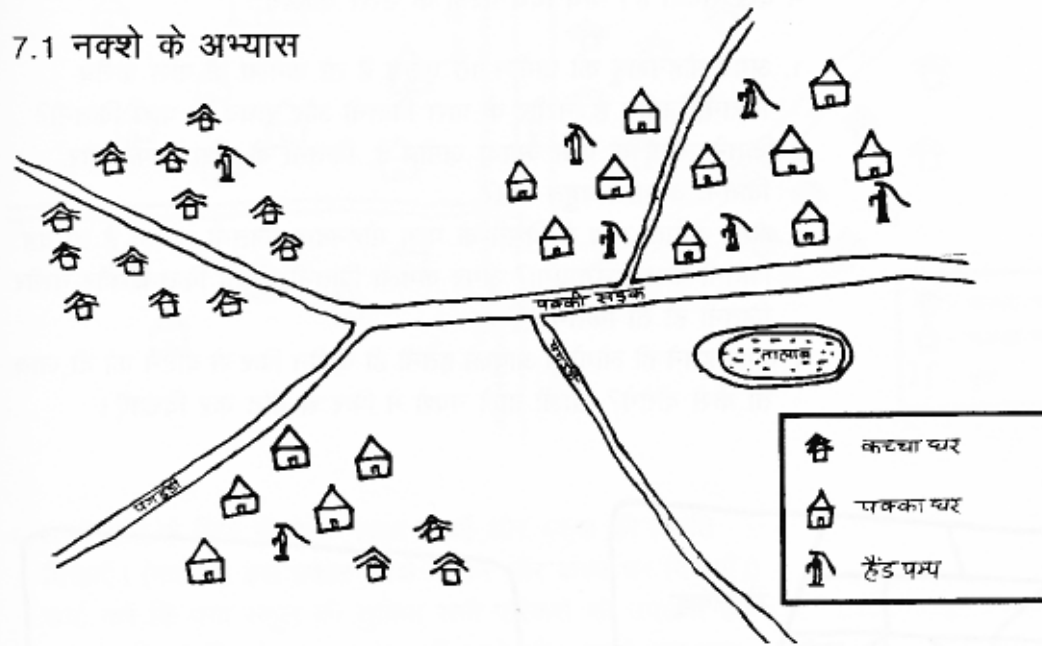
**बताइए :**

1. आप सुबह से रात तक कितना चलते हैं?
2. एक साड़ी 5 मीटर की है तो अखतरी के घर से तालाब की दूरी कितनी साड़ियों के बराबर है?
3. 5 कोस जाना और 5 कोस आना हो तो कुल मिलाकर कितने किलोमीटर चलना पड़ेगा?

## खंड 7

### नक्शा

#### 7.1 नक्शे के अभ्यास



#### अभ्यास 1

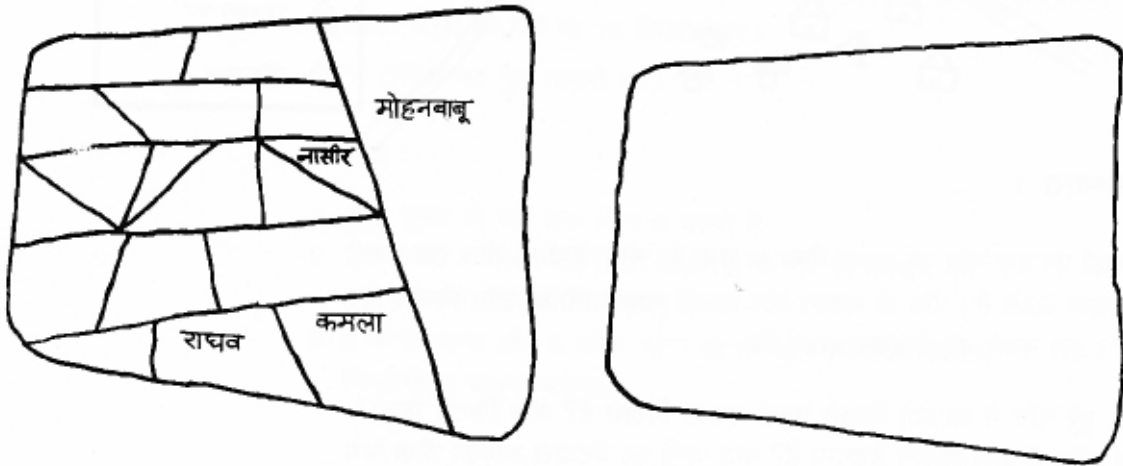
यहाँ पर एक गाँव का नक्शा दिखाया गया है। गाँव के बीचों-बीच एक पक्की सड़क जाती है। गाँव के मकान और उसके साथ पानी के स्रोत दिखाए गए हैं। इस नक्शे को देखकर बताएँ कि -

1. पूरे गाँव में आपको कितने पक्के मकान दिखते हैं? और कितने कच्चे?
2. गाँव में कुल कितने हैंडपम्प हैं? क्या पानी का बँटवारा आपको ठीक लग रहा है?
3. क्या पशुओं के लिए पानी सभी जगह पर्याप्त है? आपके अनुसार वे अपनी आवश्यकता किस प्रकार पूरी करते होंगे?
4. अगर आपको पानी का बँटवारा ठीक करना हो तो कैसे करेंगे? इसी नक्शे को दोबारा बना कर दिखाएँ।

## अभ्यास 2

यहाँ एक गाँव का नक्शा दिखाया गया है जिसमें 18 अलग-अलग लोगों के खेत दिख रहे हैं। मोहनबाबू, कमला, राघव और नसीर की ज़मीन आप नक्शे में देख सकते हैं। नीचे दिये प्रश्नों के उत्तर दीजिये :

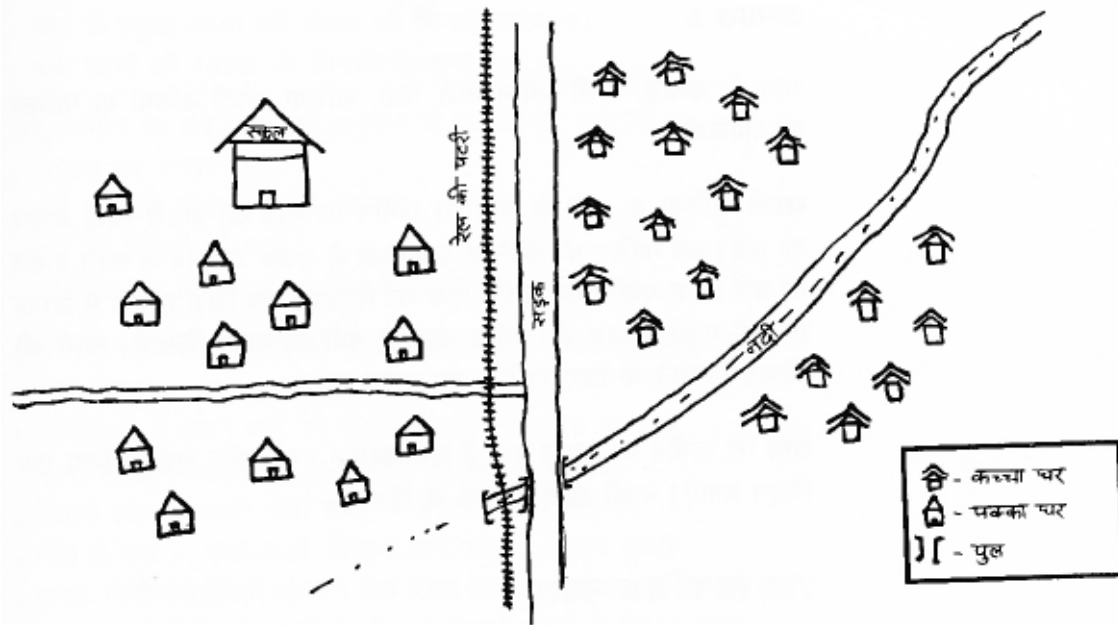
1. अगर मोहनबाबू की ज़मीन 10 एकड़ है तो कमला के पास करीब कितनी ज़मीन है, नसीर के पास कितनी और राघव के पास कितनी?
2. कितने लोगों के पास ज़्यादा ज़मीन है, कितनों के पास काफी और कितनों के पास बहुत कम?
3. अगर आपके गाँव में किसी के पास मोहनबाबू जितनी ज़मीन है तो वह कितनी फसल उगाएगा? अगर कमला जितनी हो तो कितनी और नसीर जितनी हो तो कितनी?
4. अगर इतने ही लोगों में आपको इतनी ही ज़मीन फिर से बाँटने को दी जाय तो कैसे बाँटेंगे? खाली वाले नक्शे में फिर से बाँट कर दिखाएँ।



## अभ्यास 3

1. आपके हिसाब से इस गाँव के बच्चों को स्कूल जाने में क्या-क्या दिक्कतें आ सकती हैं?
2. अगर आपको एक नया स्कूल खोलना हो तो कहाँ खोलेंगे?
3. आपके हिसाब से स्कूल पक्के मकानों के पास ही क्यों हैं?

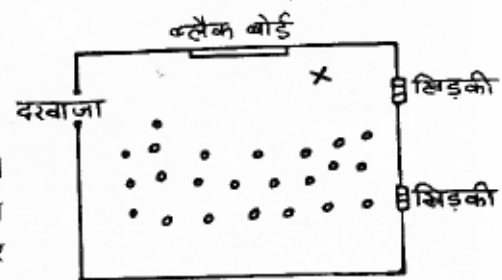




4. अपने गाँव के लिये भी ऐसा नक्शा बनाएँ और स्कूल की स्थिति दिखाएँ। (नक्शे में इस प्रकार पक्के मकान और कच्चे घर दिखाएँ।) चर्चा करें कि क्या स्कूल की सुविधा सभी परिवारों को उपलब्ध है। आपके गाँव में कितने बच्चे स्कूल नहीं जाते और उसके क्या-क्या कारण हैं?

#### अभ्यास 4 : कमरे का नक्शा

**अपनी कक्षा का नक्शा स्वयंसेवक (VT) ब्लैकबोर्ड पर बनाएँ।** कमरे का नक्शा बनाने के लिए उसे ऊपर से ऐसे देखें जैसे छत की छेद में से कोई झाँककर देख रहा हो। उसमें खिड़की और कमरे में रखी मोटी चीज़ें दिखाएँ। दरवाजे और बैठे हुए लोग दिखाएँ। लोगों को बिन्दुओं से दिखाएँ। अब एक व्यक्ति को खड़ा कर दें। किसी शिक्षार्थी से कहें कि इस खड़े व्यक्ति को x से नक्शे पर दिखाएँ। अब यह व्यक्ति अपनी जगह से कुछ दूर चलेगा। वह कैसे चलकर कहाँ जाकर रुका, यह नक्शे पर वह व्यक्ति बनाकर दिखाएँ।



## अभ्यास 5

सामान : कंकड़, रस्सी, रंगीन डोरी, पत्ते, खड़िया, छोटी डंडियाँ या माचिस की तीलियाँ।

पहले खड़िया या डंडी से लोगों से ज़मीन पर गाँव की बाहरी सीमा बनाने को कहें। अब माचिस की तीलियों, लकड़ियों से सड़क या गाँव के रास्ते बनाने को कहें। एक-एक पत्थर से एक-एक घर दिखाएँ। अब जिस इलाके में जंगल हों उसे पत्तों से ढक दें। रंगीन डोरी से नदी या नाला दिखाएँ। खेतों की सीमाएँ दिखाने के लिए खड़िया का प्रयोग करें।

अब जो ज़मीन पर नक्शा बना है उसे कागज़ पर बनाएँ। घरों के लिए एक चिह्न बनाएँ। बाकी चीज़ें रेखाओं से दिखाएँ।

## 7.2 सामाजिक नक्शा

मीनू आज अपने नवसाक्षरों रामिया, साखीन, जहरी, अतिमा को नक्शे की कहानी सुना रही थी। अतिमा को लगा अरे हम तो ऐसा अपने खेतों में करते ही हैं। पहले मीनू ने सभी से ज़मीन पर हाथ

चलाने को कहा। रामिया तो परेशान

होकर घर चली गई, उसे अपने

पति की डौंट खानी पडी थी। पर

जब और लोगों ने वही नक्शा

कागज़ पर बनाकर केन्द्र पर

टाँग दिया तो दूसरे दिन

रामिया भी उसे सीखने को

आतुर हो गई। इस तरह पुनः

सभी नवसाक्षरों ने V.T. के

साथ मिलकर नक्शा तैयार

किया एवं सामाजिक बातों

की चर्चा की।



(क) ज़मीन पर बने नक्शे में अपने गाँव के घरों की पहचान करवाना।

• छोटे-छोटे बने घरों के समूहों की गिनती करवाना।

- गाँव के घरों को गिनवाना।
- गाँव के प्रमुख लोगों की संख्या की गिनती करवाना।
- धनी लोगों की संख्या की गिनती करवाना।

(ख) ज़मीन पर बने नक्शे को अनुमान से कागज़ पर उतारना।

- कागज़ पर बनवाना। ....
- रंगों से छोटे-छोटे घरों को भरवाना।
- रंगों की गिनती करवाना।
- कौन सा रंग किन वर्गों के लिए है यह पहचान करवाना।

(ग) नक्शे की मदद से गाँव की सामाजिक स्थिति पर चर्चा करवाना उदाहरण के लिए :

- नवसाक्षरों से अपने घरों की संख्या बताने का आग्रह करना।
- नक्शे में विभिन्न पेशों से जुड़े लोगों की संख्या बताना।
- कितने लोग सरकारी सेवा में हैं – उनकी संख्या बताना।
- गाँव में कब – कहाँ-कहाँ, कितनी बार आपसी विवाद हुआ?
- सड़क निर्माण में कितने लोगों ने भाग लिया और उसमें कितने रुपये खर्च हुए?
- रामफल की बेटी की शादी में गाँव के कितने लोगों ने कितने रुपये से मदद की?
- भोज में कितने लोग शामिल हुए?
- साल में कितनी बार भोज होता है?
- बैंक से कर्ज लेने वाले कितने लोग हैं एवं कर्ज नहीं चुकाने पर कितने लोगों की कितनी सम्पत्ति नीलाम हुई?
- गाँव के कितने लोग दूसरे के खेतों में काम करते हैं?
- गाँव में कितने लोगों के पास पशु हैं?
- अनुमान लगाएँ कि गाँव में कुल कितने मवेशी हैं?
- गाँव की ज़िन्दगी कितने बजे सुबह से प्रारम्भ होती है एवं कब समाप्त होती है?

पाली में गोधुली का एक दृश्य, जब गाये शाम को गाँव लौट रही हैं – रघुवीर सिंह की पुस्तक "राजस्थान" से साभार।



## खंड 8

### कब, कितना लें?

यह शान्ति है। आयु लगभग 50 वर्ष। शहर से सब्जी खरीदकर पास के खादरपुर गाँव में बेचती है। सब्जी लाने के लिए कोई विशेष साधन न होने के कारण वह सिर पर ही टोकरा उठाती है। शान्ति को अपने गाँव से शहर और फिर खादरपुर तक जाने में लगभग 6 कि.मी. चलना पड़ता है। दिनभर फेरी लगाने में वह कितना चलती है इसका सही अनुमान नहीं है। हाँ, एक बात ज़रूर है कि किसी दिन तो वह मात्र दो घंटे में पूरा टोकरा खाली करके घर की तरफ चल देती है, लेकिन कभी-कभी उसे पूरा दिन फेरी लगाते रहना पड़ता है। समय की तरह ही उसके मूड में भी परिवर्तन होता रहता है। किसी दिन वह बहुत खुश होती है तो किसी दिन इतनी उदास कि उसका दिल करता है कि वह इस काम को बन्द करके कुछ दूसरा काम शुरू कर दे। लेकिन न जाने क्यों अगले दिन सुबह वह फिर से टोकरी उठाकर मण्डी की तरफ चल देती है।

#### अभ्यास 1

प्रतिदिन की तरह शान्ति आज भी सब्जी मण्डी पहुँची है। सब्जी की गुणवत्ता, भाव और उपलब्धता, आदि का पता लगाने के लिए उसने बाज़ार का एक चक्र लगाया और फिर मन ही मन सब्जी खरीदने की योजना बना डाली।

उसने देखा कि एक दुकान पर बहुत से करेले रखे हैं। शान्ति ने एक नजर करेले पर डाली परन्तु न जाने क्यों वह करेले खरीदे बिना आगे बढ़ गई। कुछ आगे बढ़कर उसने 10 किलो, आलू, ढाई किलो, प्याज, 5 किलो, बैंगन खरीद लिए। शान्ति की इच्छा थी कि कुछ कद्दू और घीया भी खरीद ले, लेकिन अपनी टोकरी पर एक नज़र डालकर उसने यह विचार त्याग दिया। इसके बाद उसने 1/2 किलो, हरी मिर्च, 1/2 किलो, अदरक व 1/2 किलो, धनिया खरीदा और टोकरा उठाकर घर की तरफ चल दी।

*आपकी राय में शान्ति ने आज करेले, घीया और कद्दू खरीदने का विचार क्यों छोड़ दिया। अपनी सोच के आधार पर नीचे दी गई व्याख्याओं पर चर्चा कीजिये।*

- उसके टोकरे का बोझ बढ़ने लगा था या वह इससे भारी टोकरा नहीं उठ सकती थी।
- निछले दिनों उसने पाया था कि उसकी करेले की बिक्री ठीक नहीं हुई थी।
- उसका आलू, प्याज़, बैंगन, अदरक, हरी मिर्च व हरा धनिया खरीदने के पीछे क्या विचार रहा होगा?

### अभ्यास 2

क्या आपको आज के बाज़ार भावों की जानकारी है? यदि है तो बताओ कि शान्ति ने आज कितने रुपये की सब्ज़ी खरीदी है?

क्रमांक	नाम	वज़न	भाव प्रति किलो.	कुल राशि
1.	आलू	10 किलो.		
2.	बैंगन	5 किलो.		
3.	प्याज़	2 1/2 किलो.		
4.	अदरक	1/2 किलो.		
5.	हरी मिर्च	1/2 किलो.		
6.	हरा धनिया	1/2 किलो.		
		योग		योग

सोचो और चर्चा करो कि शान्ति कब कौन सी और कितनी मात्रा खरीदेगी। ऐसा निर्णय वह किन-किन बातों को ध्यान में रखकर करेगी।

चर्चा के बाद निकले बिन्दुओं को यहाँ लिखो :

.....

.....

.....

### अभ्यास 3

शान्ति कब क्या खरीदेगी यह उसकी भार उठाने की क्षमता और उसके जेब के पैसों पर ही निर्भर नहीं करता, बल्कि यह इस बात पर भी निर्भर करता है कि उसे किससे कितना लाभ मिलेगा।

नीचे की टेबल में अलग-अलग सब्जियों पर लाभ इस प्रकार है। इस टेबल को पूरा करो और बताओ कि टोकरी का कुल वजन कितना होगा और कुल लाभ कितना प्राप्त होगा?

क्रमांक	सब्जी	खरीद-कीमत प्रति किलो.	लाभ प्रति किलो.	वजन	लाभ
1.	आलू		+2 रु.		
2.	गोभी		+4 रु.		
3.	प्याज		+3 रु.		
4.	कद्दू		+7 रु.		
5.	घीया		+2 रु.		
6.	करेला		+6 रु.		
7.	अदरक		+6 रु.		
				कुल वजन	कुल लाभ

ऊपर दिये गये टेबल के आधार पर खरीद के मामले में आप शान्ति को क्या सुझाव देते हैं, कि कौन सी सब्जी वह खरीदे :

- केवल एक तरह की – तो वह कौन सी हो?
- दो तरह की – कौन-कौन सी और कितनी?
- अन्य कोई – तो क्यों?

.....

.....

.....

इन बातों को सोचकर ऊपर की चर्चा को आगे बढ़ाओ।

- गोभी पर सबसे अधिक लाभ है लेकिन वह न बिकने पर रात को खराब हो जाती है।
- कद्दू पर भी बहुत लाभ है, लेकिन वह बहुत भारी होता है और जगह भी लेता है, जिसके कारण केवल एक ही आइटम खरीदा जा सकता है।
- बैंगन व घीया पर लाभ कम है और न बिकने पर खराब भी हो जाते हैं।

#### अभ्यास 4

अभ्यास 3 के आधार पर बताओ :

- 10 किलो. आलू पर कितना लाभ होगा?
- 1 किलो. कद्दू पर कितना लाभ होगा?
- 5 किलो. बैंगन पर कितना लाभ होगा?

शान्ति क्या खरीदेगी यह मात्र इस बात पर निर्भर नहीं है कि उसे कितना लाभ होगा और वह कितना बोझ उठा सकती है। बल्कि कौन सी वस्तु आसानी से और कहाँ बिकती है, उसके निर्णय का महत्वपूर्ण कारण होता है।

**कुछ तथ्य :**

- गाँधी नगर में आलू हर रोज़ बिकते हैं। वहाँ लगभग 5 परिवार हैं जो हर रोज़ आलू खरीदते हैं।
- कुछ ग्राहकों को गोभी पसन्द है। वे जब भी खरीदते हैं अच्छी खासी बैंगन के बारे में कोई निश्चितता नहीं है।
- त्यौहारों के आस-पास मटर, टमाटर और कद्दू अच्छा बिकता है।

शान्ति के खरीद-बेच के बारे में निर्णय करने के अब तक के सारे आधारों को ध्यान में रखकर आज उसे क्या-क्या और कितना खरीदना चाहिए नीचे दिये गये चार्ट में पूरा करो।

क्रमांक	सब्जी	सम्भावित बिक्री (किलो.)	लाभ	कितना खरीदे

## खंड 9

# उत्तर-साक्षरता प्राइमर से

### 9.1 आओ कलेंडर देखें

**कलेंडर** का मतलब है साल भर के अंग्रेजी महीनों, हफ्तों और तारीखों का हिसाब-किताब। इसे हम खुद देख सकते हैं। इससे पता चलता है कि किस तारीख को कौन सा वार पड़ रहा है। कौन सा महीना कब शुरू और कब खत्म हो रहा है, आदि। महीने में दिन के नाम को तारीख कहते हैं, जब कि सप्ताह के दिन का नाम वार कहलाता है जैसे सोमवार, मंगलवार, आदि। कलेंडर में हर महीने को अलग-अलग दिखाया जाता है। हर साल का नया कलेंडर बनता है। नीचे हम एक महीने का कलेंडर दिखा रहे हैं।

### अगस्त 1999

रवि	1	8	15	22	29
सोम	2	9	16	23	30
मंगल	3	10	17	24	31
बुध	4	11	18	25	
गुरु	5	12	19	26	
शुक्र	6	13	20	27	
शनि	7	14	21	28	

**कलेंडर** के ऊपर साल का नाम बड़े अंकों में लिखा होता है। यह 1999 वर्ष के अगस्त महीने का कलेंडर है। इसमें 31 तक तारीखें हैं। यानी अगस्त में 31 दिन हैं। शुरुआत में वार का नाम लिखा है। इस वार के आगे लाइन में जितनी तारीखें हैं, सब पर यही वार पड़ेगा। जैसे बुध के आगे लिखा है – 4, 11, 18, 25। इन चारों तारीखों पर बुधवार पड़ेगा। अक्सर दफ्तरों और स्कूली छुट्टियों के दिनों को कलेंडर में दूसरे रंग से दिखाया जाता है। इसीलिए रविवार की तारीखें दूसरे रंग में दिखाई जाती हैं। इसके अलावा कई कलेंडरों में त्यौहारों के दिन और पंचांग की तारीखें भी साथ ही में लिखी होती हैं।



किस महीने में कितने दिन :

अंग्रेजी महीनों में एक बराबर दिन नहीं होते। थोड़े बहुत कम ज़्यादा होते हैं।

महीने का नाम	कितने दिन	महीने का नाम	कितने दिन
जनवरी	31	जुलाई	31
फरवरी	28 या 29	अगस्त	31
मार्च	31	सितम्बर	30
अप्रैल	30	अक्टूबर	31
मई	31	नवम्बर	30
जून	30	दिसम्बर	31

फरवरी एक मज़ेदार महीना है। तीन सालों तक इसमें 28 दिन होते हैं। पर हर चौथे साल 29 दिन होते हैं। यानी जो आदमी 29 फरवरी को पैदा हो, उसका जन्मदिन चार साल बाद पड़ेगा।

यही नहीं, कलेंडर के बीच से कोई बक्सा उठा लें। इस बक्से के आपस में उलटे कोनों का सबका जोड़ एक जैसा है। जैसे –

11	18	25
12	19	26
13	20	27

अभ्यास :

1. इस कलेंडर को देखकर बताएँ कि अगस्त महीने की 16 तारीख को कौन सा वार पड़ेगा?  
.....
2. अगला महीना किस वार से शुरू हो रहा है?  
.....
3. किन-किन तारीखों को रविवार पड़ेगा?  
.....
4. एक महीने में कितने गुरुवार पड़ते हैं?  
.....
5. कला के घर के नलके में एक दिन छोड़कर दूसरे दिन पानी आता है। जिस दिन पानी आता है, कला को पानी भरने सुबह घर रहना पड़ता है। लेकिन

हर सोमवार को उसे सब्जी बेचने शहर जाना पड़ता है। वह अपनी सहेली सुनीता से 1 अगस्त को कहती है – “सुन, कल पानी आएगा। मैं उस समय घर पर नहीं रहूँगी। तू पानी भर देना। और भी जिस-जिस सोमवार को पानी आए, तुझे ही भरना पड़ेगा।” बताइए सुनीता को अगस्त के महीने में किन तारीखों पर पानी भरना पड़ेगा।

## 9.2 मीटर सेंटीमीटर

रानी सिलाई सीख रही थी। उसे सिलाई टीचर ने बताया कि एक सूट के लिए चार मीटर कपड़ा लगेगा। रानी ने मीटर का फीता देखा और टीचर को कपड़ा नापते हुए भी देखा। उसे हैरानी हुई। उसने पूछा – “कपड़े की लम्बाई ही नापते हैं। चौड़ाई क्यों नहीं? आखिर कपड़ा कितना लगेगा, यह चौड़ाई पर भी तो निर्भर होगा?”



टीचर बोली – “बिलकुल सही। लेकिन कपड़ा जब थान में आता है तो एक जैसी चौड़ाई का आता है। हमें पता होता है कि चौड़ाई कितनी होगी। तभी उसे नापते नहीं।”

रानी ने पूछा – “कितनी चौड़ाई होती है?”

टीचर ने बताया – “1 मीटर में 100 सेंटीमीटर होते हैं। कपड़े के थान की चौड़ाई 90 सेंटीमीटर होती है। तूने कभी ढाटू का कपड़ा लिया है?”

रानी बोली – “हाँ, मैंने 1 मीटर लिया था। उसमें से थोड़ी सी पट्टी बच गई।”

टीचर बोली – “हाँ, क्योंकि ढाटू पूरा चौकोर होता है। चौड़ाई 90 सेंटीमीटर पहले से ही होती है। तभी लम्बाई भी 90 सेंटीमीटर होनी चाहिए। 1 मीटर कपड़े से तो 10 सेंटीमीटर कपड़ा बच जाएगा।”

रानी ने पूछा – “पर कपड़े के थान को 90 सेंटीमीटर क्यों बनाया? पूरा मीटर ही बनाते। हिसाब-किताब लगाने में आसानी रहती।”

टीचर बोली – “वो इसलिए कि पहले गज, फुट और इंच का हिसाब चलता था। कपड़े के थान की चौड़ाई एक गज रखी गई। 1 गज 90 सेंटीमीटर के बराबर होता है। या तीन फुट के।”

रानी ने पूछा – “फुट तो बच्चों के स्कूल वाले फुटे के बराबर होता है न?”

टीचर ने बताया – “हाँ, उस फुटे पर एक तरफ 12 इंच बने होते हैं। दूसरी तरफ 30 सेंटीमीटर।”

रानी बोली – “पर टीचर जी, ऐसे अंदाज कैसे लगे कि फुट कितना होता है और मीटर कितना?”

टीचर ने बताया – “एक आम औरत की लम्बाई करीब 5 फुट के बराबर होती है। उससे दो – तीन इंच ऊपर भी होती है। आदमी आम तौर पर साढ़े पाँच फुट के करीब होते हैं। छः फुटा आदमी अच्छा लम्बा होता है। मीटर में औरतों की लम्बाई डेढ़ मीटर से थोड़ी सी ज़्यादा होती है। आदमी पौने दो मीटर के आसपास होते हैं।”

रानी ने फीता उठाया और अपनी लम्बाई नापने लगी। उसकी लम्बाई फुट में निकली 5 फुट 2 इंच। मीटर में निकली 1 मीटर 55 सेंटीमीटर।

#### अभ्यास :

1. अपने उत्तर साक्षरता केन्द्र में हर आदमी और औरत की लम्बाई नापें। उसे दीवार के सहारे खड़ा करके, दीवार पर लम्बाई के बराबर निशान लगाएँ। फिर लम्बाई को दीवार पर फीते से नाप कर देखें।  
.....
2. आदमियों का कुरता पजामा कितने कपड़े में बनता है?  
.....
3. एक दरवाजे की ऊँचाई कितने मीटर होनी चाहिए ताकि वह किसी के सर से न टकराए?  
.....
4. आपका एक बालिश्ट करीब कितने सेंटीमीटर है?  
.....
5. अगर आपके पास फीता न हो, तो मीटर का अंदाज़ा कैसे लगाएंगे?



फुट का कैसे? इंच का कैसे? सेंटीमीटर का कैसे?

6. आपका कमरा कितने मीटर लम्बा और कितने मीटर चौड़ा है?

### 9.3 दीवाली की खरीददारी

नंदलाल का 7 लोगों का परिवार है। इसमें हैं – माँ-बाप, पत्नी, दो बच्चे और एक छोटी बहन। दीवाली आने वाली है। नंदलाल ने त्यौहार के लिए 500



रुपये बचा कर रखे हैं। त्यौहार के लिए सामान की लिस्ट तैयार हुई। बच्चों ने पटाखों की ज़िद की। माँ ने कहा नया बर्तन जरूर आना चाहिए। पत्नी ने कहा, मिठाई, खील बताशे और दूसरा सब सामान लाना है। नंदलाल ने बाजार में हर चीज़ के भाव पता किये और तय किया कि कौन सी चीज़ कितनी खरीदनी है।

सामान	भाव	कितना	कितने रुपये हुए	कितने रुपये लगेंगे
फुलझड़ी	30 रु. का 1 पैकेट	1 पैकेट	$30 \times 1 = 30$	
अनार	5 रु. का एक	6	$6 \times 5 = 30$	
बम	5 रु. का 1 पैकेट	6 पैकेट		
चकरी	3 रु. की एक	8		
खीलें	30 रु. किलो.	1 किलो.		
बताशे	24 रु. किलो.	2 किलो.		
पेठा	50 रु. किलो.	1 किलो.		
अखरोट	60 रु. सैकड़ा	50		
मोमबत्ती	10 रु. का एक पैकेट	2 पैकेट		
तेल	65 रु. किलो.	1 किलो.		
बरतन	100 रु. का	1		
मिठाई	70 रु. की 1 किलो.	1 किलो.		
			कुल जोड़	

**अब** जोड़कर हिसाब लगाएँ कि क्या 500 रुपये में यह सारा आ जाएगा ?  
अगर रुपये कम ज्यादा हों तो कौन सी चीजें घटाई बढ़ाई जा सकती हैं ?  
फिर से घटा बढ़ा कर लिखें।

सामान	कितना खरीदें	कितने रुपये लगेंगे
फुलझड़ी		
अनार		
बम		
चकरी		
खीलें		
बताशे		
पेठा		
अखरोट		
मोमबत्ती		
तेल		
बरतन		
मिठाई		
		<b>कुल जोड़</b>



#### 9.4 कितना ब्याज

**ज़रूरत** पड़ने पर हम कर्जा लेते हैं। लेते वक़्त तय हो जाता है कि कितना ब्याज या सूद देना पड़ेगा। इसकी कागज़ी लिखा पढ़ी भी हो जाती है। ताकि बाद में लेने या देने वाला गड़बड़ न करे। जितना रुपया कर्जा लिया हो उसे मूल कहते हैं। ब्याज को सैकड़े के हिसाब से निकालते हैं।

“4 रुपये सैकड़े का” मतलब है : 100 रुपये मूल पर 4 रुपये का ब्याज।  
“4 रुपये फीसदी” या प्रतिशत का यही मतलब है। प्रतिशत को ऐसे % भी लिखते हैं। लेकिन यह पूछना सबसे ज़रूरी है कि इतना ब्याज कितने समय में देना पड़ेगा। आमतौर पर हमारे यहाँ “4 रुपये सैकड़े” का मतलब माना जाता है – महीने भर में इतना ब्याज। तो फिर साल भर का ब्याज इसका 12 गुना होगा, यानी  $4 \times 12 = 48$  रुपये।

100 रुपये पर साल भर के ब्याज को “ब्याज की दर” या “रेट” कहते हैं।

आइये ब्याज निकालकर देखें :

**मोहन** ने 500 रुपये 2 साल के लिये उधार लिये हैं। ब्याज का सालाना रेट है 12 रुपये सैकड़ा। मोहन को 2 साल बाद कितना ब्याज देना पड़ेगा ?

12 रुपये सैकड़ा का मतलब है – 100 रुपये पर 1 साल का ब्याज 12 रुपये है।  
तब 500 रुपये पर 1 साल का ब्याज हुआ  $12 \times 5 = 60$  रुपये  
फिर 500 रुपये पर 2 साल का ब्याज हुआ  $60 \times 2 = 120$  रुपये  
इसलिये 500 रुपये पर 12% दर से 2 साल का ब्याज 120 रुपये हुआ।

बैंकों में ब्याज की दर हमेशा सालाना या वार्षिक होती है। बैंक में हम जो पैसा जमा करते हैं उस पर हमको 4 से 10 प्रतिशत तक सालाना ब्याज मिलता है। अलग अलग तरह के खातों में अलग अलग ब्याज की दर है।

जब हम बैंक से लोन लेते हैं, तब बैंक हमसे ज़्यादा ब्याज लेता है। साल में 12 से 15 रुपये फीसदी तक लेता है। महीने के हिसाब से यह एक रुपये से सवा रुपये सैकड़ा ब्याज हुआ। यह दर सेठ साहूकारों की दर से बहुत कम है। साहूकार अक्सर महीने, हफ़ते या दिन के हिसाब से ब्याज बताते हैं। उसे सालाना दर में बदलें तो वह कई बार 60 फीसदी से 120 फीसदी तक पड़ता है। बैंक की ब्याज दर कम है, लेकिन बैंक से लोन लेना अक्सर कठिन होता है।



**अभ्यास :**

रमेश को जरूरी गाय खरीदनी थी। उसने बैंक से लोन के लिये ब्याज का रेट पूछा। बैंक ने 24 प्रतिशत सालाना ब्याज मॉंगा। रमेश को यह ज़्यादा लगा। उसने गाँव के लाला से पूछा। लाला ने बताया 3 रुपये सैकड़ा महीने का ब्याज है। रमेश को बैंक से लोन लेना चाहिये या लाला से?

बैंक में 100 रुपये पर 1 साल में 24 रुपये देने पड़ेंगे।

लाला के पास 100 रुपये पर 1 महीने में 3 रुपये देने पड़ेंगे। तो फिर साल भर में इसके 12 गुने देने पड़ेंगे। यानी  $12 \times 3 = 36$  रुपये

बैंक की सालाना दर = 24 प्रतिशत

लाला की सालाना दर = 36 प्रतिशत

इसलिए रमेश को बैंक से ही लोन लेना चाहिये।

1. अगर महीने का ब्याज का रेट 4 रुपये सैकड़ा है, तो सालाना ब्याज की दर कितनी होगी ?

.....

2. कमला ने बैंक से पाँच हजार रुपये लोन लिया। बैंक की सालाना ब्याज की दर 20 रुपये सैकड़ा है। तो कमला को एक साल में कितना ब्याज देना पड़ेगा ?

.....

(साभार : राज्य संसाधन केंद्र, शिमला)

खंड 10

## एक मेला - बड़ा अलबेला

21 अप्रैल, 1998 को देहरादून में एक "गणित मेले" का आयोजन किया गया। इस मेले का उद्देश्य था - नवसाक्षरों और अन्य लोगों में गणित के लिए नाप-तौल सीखने और आजमाने के लिये उत्साह पैदा करना। उन्हें यह अनुभव करवाना कि अंकों में भी कितना मज़ा आ सकता है। और यह आत्मविश्वास पैदा करना कि गणित कोई डर या ऊब का विषय नहीं है। अंको को वे भी उतनी ही दक्षता से व्यवहार में ला सकते हैं जितना कि तथाकथित पढ़े लिखे। अन्य पढ़े लिखे लोगों और छात्रों के मन से गणित का भूत भगाना भी इस मेले का एक उद्देश्य था।

प्रस्तुत है - इस मेले का आँखों देखा हाल :

जैसे ही मेला रथल के पास आए - कानों में मेले की आवाजें आने लगीं। लाउडस्पीकर पर एक महिला आवाजें लगा रही थी - "आओ-आओ, गणित के मजेदार खेल खेलो! ढेर सारे खेल खेलो, एक अनोखा मेला देखो, तरह-तरह के ईनाम जीतो!" अन्दर लाल दरियाँ बिछी थीं। आइसक्रीम, चाट और गुब्बारे वाले भी खड़े थे। ऐसी तो हमें उम्मीद न थी। हमने सोचा था



"गणित मेला" या "मेट्रिक मेला" शायद थोड़ा गंभीर ही होगा। पता चला कि पहले पंजीकरण करवा के अपना कार्ड बनवाना पड़ेगा। थोड़ा सा अंदर झाँक कर देखा। जहाँ असल मेला चल रहा था। बहुत से स्टॉल लगे थे जिनके सामने लोग खड़े थे। मेजों



पर भी तरह-तरह की चीजें रखी नजर आ रही थीं। सभी स्टॉलों को महिलाएँ संभाल रही थी। पंजीकरण करवाने पर एक छपा हुआ कार्ड मिला। उस पर लिखा था – “नवसाक्षर गणित मेला कार्ड”। साथ ही बहुत सी चीजों/गतिविधियों के नाम लिखे थे। आगे खाली स्थान छोड़ा गया था। उदाहरण के लिए : लौकी की लम्बाई, मेरी ऊँचाई, सड़क तक की दूरी, एक पंख का वज़न, आदि। करीब सोलह ऐसी गतिविधियाँ थीं।

**कार्ड** लेकर एक-एक स्टॉल का दौरा शुरू किया। अब तक भीड़ बढ़ने लगी थी। महिलाएँ, बच्चे, बूढ़े सभी खेलों में हिस्सा ले रहे थे। हाथ में कार्ड लिये उत्सुकता से अपनी बारी की प्रतीक्षा कर रहे थे। सबसे पहले मेरी लम्बाई और मेरा वज़न नापा गया। पर अपना वज़न नापने से पहले एक कठिन प्रश्न! सामने बैठी महिला का वज़न कितना है? मैंने अंदाजा लगाया – लम्बाई में मुझसे छोटी लगती है, पर शरीर से मुझसे कुछ ज़्यादा – शायद 50-55 किलो के बीच की होगी। खैर, जो समझ में आया लिखवा दिया। यह नहीं पता था कि आगे और भी कठिन प्रश्नों से सामना होगा। अब पहुँचे नाक वाले स्टॉल पर। जहाँ लगभग किसी भी व्यक्ति की हँसी नहीं रुक पा रही थी। वहाँ पूछा गया – आपकी नाक कितने सेंटीमीटर लम्बी है? पहले अपना अन्दाजा बताया। फिर उन्होंने नापी। जी हाँ! सचमुच उन्होंने एक गत्ते पर लगे निशानों से मेरी नाक की लम्बाई नापी। मुझे पता लगा – मेरी नाक मेरे अन्दाजे से ज़्यादा लम्बी है। यह भी पता लगा कि सबसे लम्बी नाक और सबसे छोटी नाक वाले व्यक्ति के लिए ईनाम भी है।

**अब** आगे बहुत सारे खेल थे – बताओ इस कद्दू का वज़न क्या होगा, इस लौकी की लम्बाई क्या है, इस डिब्बे में राजमा के कितने दाने हैं, इस गड़ड़ी में कितने कागज़ हैं, आदि। यही नहीं, सिक्कों के ढेर से सिक्कों को गिन कर बताना था कि उनकी संख्याओं का अनुपात कितना है। दूध और पानी के मिश्रण में कितना पानी और कितना दूध है। फिर जोड़े बनाने वाला खेल था – चीजों के ढेर में से एक मिनट में तार्किक जोड़े छांटिये जैसे – कैंची-कपड़ा, सुई-धागा, टार्च-सेल, हथौड़ी-कील, आदि। मोज़ों के जोड़े बनाने का खेल भी था। आपकी याददाश्त की परीक्षा भी थी। एक तश्तरी (ट्रे) में रखी चीजों को ध्यान से देखिए और फिर बाद में जितने नाम याद रहे, उनके नाम बताइये। शेर, बकरी और घास वाली पहेली के लिए चॉक से एक छोटी सी नदी बनी थी, और खिलौने के शेर, बकरी और घास सचमुच रखे थे। फिर कुछ जुबानी पहेलियाँ भी थीं और अनुमान लगाने वाले बहुत से खेल भी थे।

इस मेले की बहुत सी विशेषताएँ थीं। सबसे बड़ी विशेषता थी – स्टॉल पर खेल करवाने वाली महिलाएँ नवसाक्षर थीं। बड़े चाव और आत्मविश्वास से वे इतने सारे लोगों का ब्यौरा नोट करती जा रही थीं। सभी महिलाएँ घनश्याम स्मृति संस्थान से जुड़ी थीं। उनकी सहायता के लिए कुछ छात्र और भारत ज्ञान विज्ञान समिति के कार्यकर्ता भी थे। दूसरी बड़ी विशेषता यह थी कि इस मेले में कोई फालतू नहीं था। सभी के हाथ में अपना कार्ड था और हरेक उसे पूरा करने में बहुत व्यस्त था। तीसरी, कि यहाँ पढ़े-लिखे और अनपढ़ का कोई भेद नहीं था। सबको इन खेलों में बराबर का मज़ा आ रहा था। और अनुमान लगाने में पढ़े-लिखे लोग नवसाक्षरों से किसी हाल में बेहतर न थे।

इस मेले की सबसे बड़ी खासियत थी कि हर स्टाल अपने-आप में एक चुनौती था। हर चुनौती पर एक घोषित इनाम भी था। तो उस चुनौती का सामना करने के लिए सब लोगों में बेहद जोश था। साथ ही थी बेताबी भरी उत्सुकता। कद्दू का वज़न असल में कितना है? मेरा अनुमान कितना सही है? महिलाएँ बड़े चाव से हँसते-हँसते खेलों में हिस्सा ले रही थीं। बच्चों को भी हिस्सा लिए बिना चैन न था। यहाँ तक कि काफ़ी छोटे-छोटे बच्चे भी सब लोगों के उत्साह को देखकर अपना हाथ भी आजमाना चाहते थे। बच्चा हो या बूढ़ा कोई भी अपना-अपना कार्ड पूरा किये बिना नहीं लौटना चाहता था।

संध्या के समय श्री भारकर चटर्जी की उपस्थिति में सांस्कृतिक कार्यक्रम प्रस्तुत किये गए। इस दौरान पीछे छिपे आयोजक बहुत तेजी से परिणाम निकालने में लगे हुए थे। बेसब्री से इंतजार करती भीड़ में उत्सुकता बढ़ती जा रही थी। देर होने पर भी लोग इंतजार करते रहे। अब बारी आई परिणामों की।

इनाम के रूप में लौकी देते हुए  
राष्ट्रीय साक्षरता मिशन के  
महानिदेशक श्री भारकर चटर्जी।



कद्दू का सही वज़न बताने वाले को मिला, जी हाँ, वही कद्दू! लौकी वाले को मिली लौकी! बाकी किसी को मिला बिरकुट, तो किसी को नमकीन, तो किसी को पेन। पर इन इनामों के लिए भी लोग बेहद उत्तेजित नजर आ रहे थे।

मसूरी अकादमी से आई. ए.एस. के ट्रेनीज़ का भी

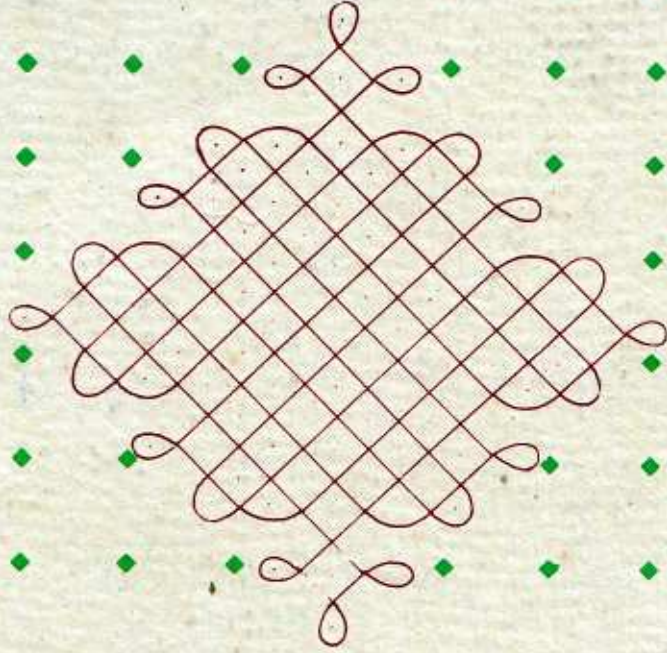
समूह इस मेले को देखने आया था। वे यह सुनकर उछल पड़े कि उनके एक साथी को सबसे लम्बी उंगली का ईनाम मिला है, और एक को अंडे का सही वज़न बताने के लिए अंडा ईनाम में मिला है। वे उन्हें देर तक छेड़ते रहे।

पूछने पर पता चला कि मेले में करीब 400 लोगों ने भाग लिया। ऐसी उम्मीद तो आयोजकों को भी नहीं थी। उनके पास तो कार्ड भी कम पड़ गए थे और जगह भी। कुल मिलाकर यह मेला एक यादगार अनुभव रहा। भारत के अन्य हिस्सों में भी "अंकों का अभियान" शुरू करने का यह उत्साह जग गया।

अनशुमाला गुप्ता  
राज्य संसाधन केंद्र, शिमला



सुल्तान अली, जे. की एक पेंटिंग, नेविल तुली की पुस्तक "इंडियन कन्टंपररी पेंटिंग" से साभार।



तमिलनाडु से एक कोलम